North-Western European Journal of Mathematics

Le *Traité du calcul des probabilités et de ses applications*

Étendue et limites d'un projet borélien de grande envergure (1921-1939)

Martha-Cecilia Bustamante [1] Matthias Cléry [2 3] Laurent Mazliak [2]

Reçu : 22 juin 2015/Accepté : 4 novembre 2015/En ligne : 25 novembre 2015

Résumé

Cet article est consacré à l'étude détaillée du vaste projet éditorial de Borel dans les années 1920 et 1930 autour des probabilités et de leurs applications. Après avoir rappelé quelques éléments sur la biographie de Borel et décrit la mise en place du projet, nous examinons les acteurs qui y ont participé pour mieux cerner le réseau que Borel a mis en place pour arriver à ses fins. Enfin, dans une troisième partie les fascicules du *Traité* sont aussi examinés individuellement afin de dessiner le contour du domaine probabiliste tel que Borel le concevait, dont nous montrons qu'il est en fait déjà obsolète au moment où la publication s'achève.

Mots-clés : probabilités, statistiques, balistique, assurance, jeux, Émile Borel, Institut Henri Poincaré.

MSC : 01A60, 01A74, 60-03, 60A05, 62-03.

Introduction

La singulière multiplication des textes concernant le calcul des probabilités, spécialisés ou à destination d'un plus ou moins large public au début du XX^e^ siècle marque l'aboutissement d'un long processus né au cours du XIX^e^ siècle qui avait hissé progressivement les mathématiques du hasard au rang d'acteurs essentiels de la science moderne. C'est avant tout les développements en physique qui avaient participé de ce mouvement, notamment avec les travaux de Maxwell et Boltzmann, principaux fondateurs de la théorie cinétique des gaz, prolongés par ceux de Gibbs,

1. Laboratoire SPHERE-Université Paris Diderot
2. LPMA-Université Pierre et Marie Curie
3. GHDSO-Université Paris-Sud

fondateur à son tour de la théorie à laquelle il avait donné le nom de Mécanique statistique. Néanmoins d'autres directions d'applications de la théorie des probabilités s'étaient développées notamment en ce qui concernait les questions de statistiques économiques (où Pareto et bientôt Gini allaient faire de remarquables percées) ou les questions biologiques avec la croissance spectaculaire de l'école biométrique anglaise de Galton et Pearson. Les probabilités restent en 1900 un sujet encore relativement marginal de la recherche mathématique dans le monde. Il n'est, pour ainsi dire, que les mathématiciens russes pour constituer une véritable, quoique petite, école probabiliste tournée vers l'étude des théorèmes limite du calcul des probabilités ; encore est-elle séparée en deux groupes assez irréconciliables avec Markov et Lyapunov qui ont pris la suite de Chebyshev à St Petersbourg et Nekrasov et Bugaiev à Moscou fortement influencés par les toutes nouvelles théories des fonctions et des ensembles. Bugaiev, dans son allocution du congrès international de Zürich (1897), annonçait de façon significative le rôle dévolu selon lui aux probabilités. La longue citation ci-dessous reflète clairement une conception émergente des probabilités comme outil scientifique pour appréhender la réalité qui, comme l'écrivit Cavaillès quarante ans plus tard, « se présente désormais comme le royaume flou des approximations » [4].

> Seule une éducation continue peut restreindre et amoindrir les limites de l'incertitude dans nos jugements et nos actions. La nécessité même de l'éducation qu'on peut se donner soi-même chasse déjà le fatalisme de nos vues théoriques sur l'homme et sa nature. Une certaine part de hasard, qui apparaît dans nos actions, introduit un élément d'éventualité dans la nature même. L'éventualité entre ainsi en scène, comme une propriété essentielle de certains phénomènes du monde. Dans le monde il n'y a pas que le règne de la certitude seule. La probabilité y a aussi son empire.
>
> La doctrine des phénomènes fortuits ou théorie des probabilités apparaît comme une science mathématique essentielle dans le système général de nos connaissances. Le philosophe doit compter avec la probabilité autant qu'avec la certitude.
>
> La théorie des probabilités doit donner des réponses là, où l'on ne peut recourir à l'analyse et à l'arithmologie [5] là, où l'on ignore la loi des phénomènes.
>
> En général la probabilité se manifeste dans la sphère des événements très compliqués. On doit y rattacher sans conteste plusieurs phénomènes

4. Cavaillès, 1940, « Du Collectif au Pari », p. 154.

5. La théorie de l'arithmologie, est définie au sens mathématique par Bugaiev comme la théorie des fonctions discontinues, et sert pour lui de fondement à une conception philosophique de compréhension du monde construite sur l'idée de discontinuité. Cette conception fut un des grands thèmes développés par l'école de philosophie mathématique de Moscou. Voir par exemple Zdravkovska et Duren, 2007, *The golden ages of Moscow Mathematics*.

> sociaux. La théorie des probabilités peut s'appliquer à plusieurs phénomènes sociaux. La loi des grands nombres démontre que l'influence des causes fortuites, qui détruisent la marche régulière des phénomènes, peut être affaiblie par un grand nombre d'observations.
>
> En se fondant sur cette loi, nos conclusions par rapport aux phénomènes fortuits peuvent avoir une certaine autorité ; il faut tenir compte de ce que leurs lois et leur lien avec d'autres phénomènes nous sont inconnus. [6]

Progressivement dans les dernières décennies du XIX^e^ siècle, l'intérêt pour les mathématiques du hasard va croître chez les scientifiques, notamment en Allemagne, en Angleterre, en Russie et en Italie [7]. Si les physiciens avaient parfois besoin de faire intervenir des éléments probabilistes dans leurs travaux, ils n'avaient pas comme priorité de développer les aspects mathématiques de la théorie et les concepts mathématiques utilisés par Maxwell, Boltzmann et Gibbs n'innovent pas vraiment du point de vue mathématique. Qui plus est, dans le milieu mathématique français, la recherche sur les questions de probabilités n'allait guère de soi . Peut-être faut-il rappeler ici qu'après un début fulgurant sous le patronage tutélaire de Laplace, le XIX^e^ siècle avait vu la discipline sombrer peu à peu dans l'opinion commune, notamment après les errements de Poisson sur les probabilités des jugements à la fin des années 1830 qui avaient laissé un très fâcheux souvenir [8]. Si Bertrand avait montré quelque intérêt pour les probabilités dans les années 1880, publiant même sous forme de livre le cours [9] qu'il dispensait à la Sorbonne, il ne manqua pas d'en critiquer fortement certains aspects par exemple à travers l'énoncé de ses célèbres paradoxes pour *comparer les problèmes de probabilités géométriques à la déduction de l'âge du capitaine à partir de la hauteur du grand mât*. Au fond, Bertrand s'intéressa en dilettante aux probabilités sans jamais penser que puisse s'y jouer une partie décisive.

Il faudra en fait attendre Poincaré pour que soit sérieusement examiné le recours aux probabilités [10] et que quelque lustre soit redonné au domaine. Cela n'alla pas tout seul et le scepticisme initial poincaréen est bien connu ; c'est la main forcée

---

6. Bougaïev, 1898, « Les mathématiques et la conception du monde du point de vue scientifique », p. 219-220.
7. Voir par exemple, dans une longue liste Plato, 1994, *Creating modern probability* ;
   Howie, 2007, *Interpreting Probability. Controversies and Developments in the Early Twentieth Century* ;
   Hald, 1998, *A History of Mathematical Statistics from 1750 to 1930*.
8. Barbin et Marec, 1987, « Les recherches sur la probabilité des jugements de Siméon-Denis Poisson » ;
   B. Bru, 2005, « Poisson, the probability calculus and public education » ;
   Kamlah, 1987, « The Decline of the Laplacian Theory of Probability » ;
   Schneider, 1987, « Laplace and Thereafter : the Status of Probability Calculus in the Nineteenth Century ».
9. Bertrand, 1888, *Calcul des probabilités*.
10. Plato, 1994, *Creating modern probability* ;
    Principe, 2008, « La réception française de la mécanique statistique » ;
    Mazliak, 2015a, « Poincaré's Odds ».

par la physique statistique que l'irréductible déterministe concéda la nécessité de prendre en compte des éléments probabilistes dans le champ scientifique et il consacra dès lors une énergie non négligeable à mieux localiser les domaines où on pouvait les utiliser à bon droit. Les chapitres sur les probabilités de ses deux livres « de vulgarisation philosophique » [11] donnent le ton de la philosophie que Poincaré s'était construite de l'usage des mathématiques de l'aléatoire. Notons aussi que les questions d'axiomatisation, catalysées par l'énoncé par Hilbert de son sixième problème en 1900 au congrès de Paris, commencèrent alors à prendre une importance notable [12].

C'est comme successeur immédiat de Poincaré qu'Émile Borel entra en scène dans l'étude de la théorie des probabilités. Mais alors que Poincaré avait encore une attitude de prudence réservée, Borel se jeta passionnément dans l'aventure. Il faut dire que plusieurs aspects assez différents se rejoignirent à un instant précis de sa vie, pendant l'année 1905, qui lui firent prendre conscience de l'importance des enjeux de ce qui se mettait alors en place. Le tournant probabiliste de Borel, qui a déjà fait l'objet de plusieurs études [13], est exposé brièvement dans la première partie de notre article. Ce qui nous importe ici c'est la constatation par Borel du retard qui s'accumule en France pour examiner sérieusement ce type de questions. Un événement va alors avoir une influence décisive sur Borel : le déclenchement de la première guerre mondiale et le rôle très singulier qu'il fut amené à y jouer lui fournirent une expérience surdimensionnée où les problèmes de mesure des risques occupaient la première place. Borel sortit du conflit avec la conviction qu'il fallait maintenant rattraper de façon urgente le temps perdu. La diversité de ses activités, déjà fort ample, allait dès lors se trouver encore augmentée par de nouvelles responsabilités dont la plus marquante est son entrée en politique (il fut élu député de l'Aveyron pour une première fois en 1924 dans le cadre du Cartel des gauches).

En 1921, l'Académie des sciences organisait une élection à la section de géométrie laissée vacante par Georges Humbert mort le 21 janvier. Après trois tentatives logiquement infructueuses en 1900 (à l'âge de 29 ans !), 1901, 1912, et un dernier échec en 1919 où Goursat, de 13 ans son aîné lui est préféré, pour la cinquième fois Émile Borel pose sa candidature à l'élection à l'Académie des sciences. Pour l'occasion, il rédige un *Supplément* [14] à sa *Notice des travaux scientifiques* [15] écrite en

11. Poincaré, 1902, *La Science et l'Hypothèse* ;
Poincaré, 1908, *Science et méthode*.
12. Corry, 1997, « David Hilbert and the Axiomatization of Physics (1894-1905) ».
13. Knobloch, 1987, « Émile Borel as a probabilist » ;
Plato, 1994, *Creating modern probability* ;
Guiraldenq, 1999, *Émile Borel. L'espace et le temps d'une vie sur deux siècles* ;
Durand et Mazliak, 2011, « Revisiting the Sources of Borel's Interest in Probability : Continued Fractions, Social Involvement, Volterra's Prolusione ».
14. Borel, 1921, *Supplément (1921) à la notice (1912) sur les travaux scientifiques de M. Émile Borel*.
15. Borel, 1912b, *Notice sur les travaux scientifiques de M. Émile Borel*.

1912 où il annonce son intention d'agir en faveur du développement du calcul des probabilités :

> Pour des raisons que j'ai exposées dans un petit livre [16], l'importance de la théorie des probabilités tant dans la science pure que dans les techniques, tant dans la spéculation philosophique que dans la vie quotidienne, me paraît ne pouvoir être exagérée. Coordonner l'ensemble considérable de recherches faites dans ces cinquante dernières années sur les probabilités et leurs applications me paraît une tâche indispensable, qui doit être accomplie dans la patrie de Pascal, de Laplace et de Poincaré. Je voudrais essayer d'apporter à cette tâche une contribution aussi étendue que mes forces me le permettront ; le petit livre dont je viens de parler peut en être regardé comme la préface. C'est dans ce livre que l'on trouvera exposées quelques-unes des idées générales qui donnent de l'unité à des recherches dont certaines pourraient paraître isolées. [17]

En 1920, Émile Borel a déjà acquis une réputation certaine d'efficace organisateur de publications et c'est une de ses plus grandes originalités dans le milieu mathématique. Si plusieurs mathématiciens sont çà et là directeurs de collections, peu semblent avoir mis une telle énergie à la tâche. En 1905, Borel avait lancé une très novatrice *Collection de monographies sur la théorie des fonctions* qui allait durer jusqu'en 1964 et comporter plusieurs dizaines de fascicules. Ehrhardt [18] a analysé de façon originale cette entreprise en l'étudiant sous trois perspectives différentes : histoire de l'enseignement (et plus précisément de la parole magistrale), histoire de l'édition universitaire, histoire des mathématiques. Elle montrait ainsi qu'Émile Borel avait réussi à mobiliser un réseau de mathématiciens pour constituer une collection d'ouvrages, qui s'inscrivait dans une tradition de publications d'enseignement en se soumettant à des contraintes précises de format et de contenu en vue de capter un public d'étudiants qu'il s'agissait d'attirer et de former à un domaine de recherche actuel : la théorie des fonctions.

Pourquoi la publication d'une collection de fascicules sembla-t-elle si pertinente à Borel ? Un objectif mis en évidence par Ehrhardt est le souci de fournir les supports d'un enseignement à distance sur des sujets novateurs. On peut en outre émettre l'hypothèse qu'une telle entreprise (aussi bien les *Monographies sur la théorie des fonctions* que le *Traité*) était pour Borel le moyen d'assurer la publication de ses propres cours comme le montre le nombre important de volumes dont il fut l'auteur. Ce point le distingue de son collègue physicien et ami proche Paul Langevin qui se montra toujours réticent à la transformation de sa parole d'enseignant par l'écrit. Professeur de physique générale et expérimentale au Collège de France entre 1902

16. Il s'agit de Borel, 1914b, *Le Hasard*.

17. Borel, 1921, *Supplément (1921) à la notice (1912) sur les travaux scientifiques de M. Émile Borel*.

18. Ehrhardt, 2011, « Du cours magistral à l'entreprise éditoriale : la "collection Borel", publiée par Gauthier-Villars au début du XXe siècle ».

et 1939 il ne se résolut jamais à rédiger ses cours et à les publier [19].

Par ailleurs, la fondation, également en 1905, de la *Revue du Mois* en compagnie de sa femme la romancière Camille Marbo (Marguerite Appell, fille du mathématicien Paul Appell) est une autre expérience éditoriale du dispositif borélien [20]. Cette création est la concrétisation d'un projet personnel d'entrer dans le monde intellectuel au-delà de la sphère des mathématiciens. Bien que le lien direct souvent évoqué entre l'obtention du prix Petit-d'Ormoy et la création de la revue soit sujet à quelque caution, il n'en reste pas moins que ce prix important donne à Borel pour la première fois le moyen d'envisager l'usage d'un réseau de grande envergure, dont la *Revue du Mois* et la correspondance de Borel à l'Académie des sciences montrent l'étendue et la diversité. La revue est conçue comme une plateforme de son intérêt grandissant pour l'action sociale. Borel, s'il n'est pas encore engagé en politique, est néanmoins marqué par le milieu dont il provient, celui de la petite bourgeoisie protestante du sud de la France, qui participa tant à définir l'esprit radical socialiste qui arriva au pouvoir en France au lendemain de l'affaire Dreyfus. Dès ses premiers numéros, la revue montre la volonté de son directeur d'articuler la réflexion théorique des universitaires et les conséquences pratiques dans la vie sociale. Pour ce qui est de Borel, il s'y réserve les réflexions autour du hasard quantifié qu'il commence à explorer. Elles constituent l'essentiel des interventions boréliennes dans le journal.

Dans la période de l'entre-deux-guerres, Émile Borel sera à la source de plusieurs projets et réalisations consacrés à la stochastique : institutionnels avec la création de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris (isup) en 1922 puis, surtout, en 1928 avec l'inauguration de l'Institut Henri Poincaré (ihp) mais aussi éditoriaux avec la publication de la collection de *Monographies des probabilités* prolongeant le *Traité du calcul des probabilités et de ses applications*.

L'objet du présent article est de s'intéresser à cette dernière entreprise de grande ampleur, qui se poursuivit de 1921 (en tout cas pour l'annonce du projet que nous avons mentionnée plus haut) à 1939 où Borel y mit un point d'orgue. Nous allons dans notre étude tâcher de mieux comprendre l'objectif que Borel avait en vue, et comment il a mené son affaire : quels collaborateurs réunit-il ? quel lectorat visa-t-il ? quelle stratégie adopta-t-il ? Nous montrerons aussi combien le *Traité* de Borel apparaît en quelque sorte suspendu entre deux eaux, pris dans une tension entre passé et futur d'une discipline alors en pleine mutation.

De façon assez significative, l'entre-deux-guerres se termina sur la tenue de deux colloques à Genève : en 1937 présidé par Fréchet, et en 1939 présidé officiellement par Borel (qui n'y est peut-être d'ailleurs pas venu) où Fréchet est de nouveau grandement à la manœuvre. Les programmes de ces colloques, résolument tournés vers l'avenir, montrent comment l'entreprise borélienne s'est soldée à sa fermeture à

19. M. C. Bustamante, 2015, « Le carnet de notes d'É. Borel sur un cours de P. Langevin sur la théorie du rayonnement thermique. Entre émission, perception et compréhension. »

20. Durand et Mazliak, 2011, « Revisiting the Sources of Borel's Interest in Probability : Continued Fractions, Social Involvement, Volterra's Prolusione ».

la fois comme une réussite et comme un échec. Réussite au sens où les motivations de Borel que nous allons exposer dans la première partie sont maintenant partagées par de très nombreux acteurs. Échec au sens où en 1939, de nombreux fascicules du *Traité* sur le calcul des probabilités et ses applications sont déjà largement obsolètes tant ils sont marqués par la vision que Borel avait en 1920 d'un champ qui en vingt ans allait radicalement changer. Nous verrons d'ailleurs que Borel, avec une réelle honnêteté intellectuelle, n'en était lui-même pas dupe, bien qu'il semblât avoir pris jusqu'au bout au sérieux son entreprise, au point de lui avoir partiellement sacrifié sa carrière politique si on en croit une lettre à Volterra du 22 mars 1936.

> J'ai pris la résolution de ne plus me représenter au Parlement, désirant ne pas abandonner mon enseignement et mon *Traité* de probabilités à des occupations aussi multiples et aussi variées. Je cesserai donc d'être député au 1er juin prochain. [21]

Nous allons essayer de comprendre quelles ambitions poursuivait le mathématicien pour garder une telle fidélité à la tâche qu'il s'était fixée depuis si longtemps.

1 Autour du projet du *Traité*

1.1 Émile Borel

Né en 1871 dans une famille protestante de Saint-Affrique (son père est pasteur) [22], Émile Borel commence sa fulgurante carrière mathématique en entrant en 1889 à l'École normale supérieure (ENS). Il y côtoie entre autres Élie Cartan, Paul Langevin, Léon Blum, Charles Péguy. Cas assez unique dans les annales universitaires, appuyé par Picard et Appell, Borel obtient son premier poste dans l'enseignement supérieur en 1893 en tant que maître de conférences à la faculté des sciences de Lille avant même d'avoir soutenu sa thèse (elle ne le sera qu'en juin 1894) qui porte sur des questions de prolongement des fonctions analytiques dans des espaces lacunaires. En 1897, il est nommé maître de conférences à l'ENS où il a comme étudiants Montel et Lebesgue entre autres. Cette même année, il participe au premier congrès international des mathématiciens à Zürich, qui lui donne l'occasion d'une prise de parole publique, à l'occasion d'un reportage sur le congrès pour la Société Mathématique de France. Borel s'y montre un partisan résolu de la formule des congrès qui permet aux mathématiciens de rencontrer des collègues d'autres horizons et de connaître leur travaux. Dans son texte, Borel ne dissimule pas qu'à son avis, c'est tout particulièrement les mathématiciens français qui ont besoin de telles occasions, eux qui ont trop souvent tendance à rester imperméables aux travaux faits à l'étranger. C'est lors de ce même congrès que Borel fait une des

21. Archivio storico Accademia dei Lincei, Roma.

22. On pourra se reporter à GUIRALDENQ, 1999, *Émile Borel. L'espace et le temps d'une vie sur deux siècles*, pour avoir plus de détails biographiques sur Émile Borel.

principales rencontres de sa vie mathématique avec le mathématicien italien Vito Volterra (1860-1940) avec lequel il entretiendra une amitié indéfectible jusqu'à sa mort [23].

En 1904, Borel devient professeur-adjoint à la faculté des sciences de Paris, avant d'être titularisé en 1909 sur une chaire de théorie des fonctions créée spécialement à son intention. En 1910 il succède à Tannery comme directeur adjoint de l'ENS. Comme on l'a mentionné dans l'introduction, il a créé entre-temps, en 1905, la *Revue du Mois* et s'est de plus en plus intéressé à la théorie des probabilités (nous reviendrons sur ce point dans la section suivante).

Pendant la première guerre mondiale, en 1915, Émile Borel s'engage volontairement. Il est d'abord rattaché à l'état-major, puis au 2e régiment d'artillerie lourde et finalement est nommé chef d'une section de repérage par le son sur le front de la IVe armée. Le 15 novembre 1915, son ami et collègue mathématicien Paul Painlevé, ministre de l'Instruction Publique, confie l'organisation du service des inventions intéressant la défense nationale à Émile Borel. Une section de mathématiques appliquées et de calculs, dirigée par Émile Borel, est créée et soutient la stratégie de donner la priorité à l'artillerie et au réglage du tir. En 1917, Painlevé nomme Borel chef de cabinet affecté aux services techniques puis secrétaire général de la présidence du Conseil quand il devient président du Conseil. Émile Borel demande ensuite sa réaffectation au 88e régiment d'artillerie lourde. Depuis l'entrée en guerre de l'Italie (mai 1915), Borel est en relation étroite avec Volterra dont l'activité institutionnelle en Italie pour l'effort de guerre se greffe souvent sur celui qui a été fait en France tout en innovant par plusieurs aspects [24]. Si Volterra vient plusieurs fois en France en mission en 1916 et 1917, c'est Borel qu'il est prévu, en 1918, d'envoyer en mission scientifique auprès du gouvernement italien.

En 1919, Borel retourne à la vie civile habité par un certain nombre de convictions plus fortes que jamais à la suite de son expérience de guerre. Chez cet homme entier s'allient besoin d'action politique, credo rationaliste, foi dans la valeur de la science mais aussi, très spécifiquement, volonté renforcée d'aider à la diffusion des méthodes issues des mathématiques de l'aléatoire après un passage au gouvernement qui lui a montré comment dans le monde moderne les masses de données arrivant à chaque instant pour informer les gouvernants nécessitent des techniques de plus en plus sophistiquées pour estimer les risques des décisions prises. Nous allons revenir maintenant sur le tournant probabiliste de Borel qui déboucha sur cet état d'esprit de 1919 d'où naquit le projet du *Traité*.

23. Sur ce sujet on consultera Mazliak, 2015b, « The ghosts of the École Normale : Life, death and legacy of René Gateaux ».
24. Sur Volterra et Borel pendant la première guerre mondiale, on consultera Mazliak et Tazzioli, 2009, *Mathematicians at War. Volterra and his French colleagues during World War One*.

1.2 Le tournant probabiliste

Du point de vue des probabilités dans la carrière d'Émile Borel, l'année 1905 est un moment clé. Durand et Mazliak ; Mazliak et Sage [25] ont approfondi l'approche de Callens dans sa thèse [26] au sujet de la naissance de l'intérêt d'Émile Borel pour ce domaine, dont ils montrent qu'elle est le résultat d'une série complexe d'événements provenant d'au moins trois sphères : la sphère mathématique avec un détachement croissant d'une vision cantorienne et le mûrissement de la théorie de la mesure ; la sphère sociale et politique avec le développement d'une conception du rôle du mathématicien et des mathématiques dans la gestion de la cité et de la vie individuelle ; la sphère de l'activisme éditorial avec la création de la *Revue du Mois* et, notamment, la publication inaugurale de la traduction de la prolusione de Volterra.

La découverte des mathématiques du hasard par Borel prend tout d'abord racine dans le fait que les probabilités offrent un moyen pour Borel de relier des sujets scientifiques qui l'intéressent. Un article du mathématicien suédois Anders Wiman établissant un lien entre la théorie des fractions continues et le calcul des probabilités par une approche statistique de la décomposition des réels attira son attention car l'auteur utilisait un argument de σ-additivité pour l'estimation de certaines probabilités. Or Borel, de plus en plus critique de la vision cantorienne du transfini depuis quelques années, s'intéressait de près à des approches alternatives pour remplir le continu réel. Il ne pouvait être qu'attiré par une méthode fondée sur des techniques de la toute jeune théorie de la mesure qu'il avait commencé à mettre en place dans sa thèse en 1894 et surtout dans ses leçons sur la théorie des fonctions de 1898. La lecture de Wiman le convainc de l'efficacité de la théorie de la mesure pour aborder la description des nombres réels par les probabilités permettant une approche constructive impossible à obtenir par les méthodes classiques. Le déclic semble fulgurant et Borel devient, du jour au lendemain, un probabiliste déclaré : dès 1905, il publie un petit article visionnaire où il explique pourquoi la toute jeune intégrale de Lebesgue est l'outil adéquat pour formuler des questions probabilistes. S'il déclare alors naturellement (et prudemment) s'inscrire dans l'héritage de Poincaré, les différences entre l'aîné et le cadet sautent tout de suite aux yeux. Car Poincaré est en quelque sorte toujours resté sur le seuil des mathématiques du hasard et n'a travaillé que pour les mettre au service de la physique. Certes, c'est aussi le développement de la physique contemporaine qui motive Borel pour son premier grand article probabiliste en 1906 sur la cinétique des gaz [27]. Mais en parallèle, Borel approfondit les aspects strictement mathématiques de son approche,

25. Durand et Mazliak, 2011, « Revisiting the Sources of Borel's Interest in Probability : Continued Fractions, Social Involvement, Volterra's Prolusione » ;
Mazliak et Sage, 2014, « Au-delà des réels : Émile Borel et l'approche probabiliste de la réalité ».
26. Callens, 1990, « Ensemble, mesure et probabilité selon Émile Borel ».
27. Pour une analyse détaillée de cet article voir Plato, 1994, *Creating modern probability* ou Principe, 2008, « La réception française de la mécanique statistique ».

débouchant en 1909 sur la notion de convergence presque sûre qu'il utilise pour donner pour la première une fois une preuve de l'existence d'un objet par le fait que la probabilité de cette existence est égale à 1, argument qui devient un trait caractéristique de la méthode borélienne.

C'est aussi en 1905 que Borel contacte son ami Volterra pour le premier numéro de la *Revue du Mois* et lui propose d'écrire un article sur un sujet scientifique ou une question d'éducation. Volterra propose le texte du discours inaugural qu'il a prononcé à son arrivée à l'université de Rome, qui aura été publié à quatre reprises, soulignant par cette récurrence l'importance accordée par Volterra au sujet abordé. Volterra y expose une certaine vision de l'histoire des sciences qui envisage que c'est l'état de leur mathématisation qui signe leur niveau de développement. Volterra donne trois exemples : la biomécanique, l'économie et la biologie et examine l'apport que chaque branche des mathématiques peut apporter aux applications. Si la théorie des probabilités n'occupe pas une grande place dans l'article, elle mobilise des arguments forts appuyés sur l'idée que les probabilités sont toujours plus ou moins utilisées dans les prises de décisions. Volterra mentionne les questions de biométrie et d'évolution comme des domaines où le hasard quantifié est appelé à jouer un rôle de plus en plus important.

Ce texte de Volterra est suivi peu après par un premier texte de Borel lui-même sur la question de l'interprétation des probabilités. À partir de ce moment l'attention toujours croissante du mathématicien pour la mesure du risque se traduit par une multiplication de textes consacrés aux mathématiques de l'aléatoire dans la *Revue du Mois* qui devient une composante essentielle de sa vie professionnelle [28]. Le recueil de ces textes composera l'essentiel du livre *Le hasard*, mentionné par Borel dans sa notice de candidature de 1921 dont nous avons parlé dans l'introduction, et dont la première édition en 1914 sera suivie de nombreuses autres. On peut au passage signaler que Borel s'exprimera aussi sur le sujet dans d'autres journaux que le sien (tel l'article [29] qu'il publie en 1912 dans la *Revue de Paris*). En outre, le mathématicien se montre aussi à l'affût de nouveaux domaines où l'approche statistique se montre innovante. En témoigne le travail original qu'il mène à partir des études graphologiques de Binet et qui l'amènera à l'écriture d'un article dans la revue de ce dernier, *L'Année psychologique* [30].

Dans le domaine cette fois de la nouvelle physique et de la mécanique statistique, Borel fait preuve d'un intérêt grandissant qui le mène à devenir « auditeur » de son ami Langevin au Collège de France, notamment en 1912-1913, moment où le physicien professe un cours sur *Les difficultés de la théorie du rayonnement thermique*. Ce premier enseignement que Langevin consacrait entièrement au sujet

28. On pourra consulter, par exemple, le très récent article d'Egré et Barberousse, 2014, « Borel on the Heap » pour une intéressante analyse du texte de Borel, 1907, « Un paradoxe économique : le sophisme du tas de blé et les vérités statistiques » à l'aune de la moderne théorie du vague (*vagueness*).

29. Borel, 1912a, « Le hasard et la vérité scientifique ».

30. Sur ces sujets voir Mazliak, 2012, « La graphologie d'Alfred Binet, terrain d'entraînement d'Émile Borel, statisticien en devenir ».

fut pour Borel l'occasion d'entrer en contact, sans doute pour la première fois, avec le courant quantique né en Allemagne en 1900 grâce au travail de Max Planck [31]. Langevin y propose une présentation de tous les travaux sur la thermodynamique du rayonnement et sur la mécanique statistique depuis les débuts qu'à l'aboutissement quantique ; il tient compte non seulement de la contribution de Boltzmann et de Planck mais aussi de celles d'Einstein, d'Ehrenfest et de Poincaré. Le public de Langevin au Collège se composait, entre autres, de membres de l'élite scientifique et intellectuelle parisienne dont Borel et lui faisaient partie, de collaborateurs de son laboratoire au Collège et d'élèves de l'École normale et de l'École de Physique et Chimie Industrielles de la ville de Paris où Langevin était professeur depuis 1905. Borel, lui, participe même aux réunions qu'organisait Langevin pour discuter avec ses auditeurs [32] et s'est beaucoup investi dans le cours. D'une part pour le transcrire et c'est grâce à ses notes qu'il nous est possible de connaître le contenu des leçons puisque Langevin ne publia aucun de ses cours [33]. Et d'autre part dans l'analyse des problèmes traités par Langevin. De fait, Borel travaillait alors sur l'article de Paul et Tatiana Ehrenfest, paru dans l'*Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées* de Felix Klein, sur les fondements de la mécanique statistique [34].

Nous avons déjà mentionné comment l'expérience de guerre, et tout spécialement les quelques mois qu'il passa auprès du gouvernement en tant que secrétaire, amena Borel au besoin urgent d'améliorer la formation à la statistique mathématique des techniciens des administrations. Ainsi qu'il a déjà été observé à de nombreuses reprises, la première guerre mondiale se distingua de façon majeure des conflits précédents, par l'échelle inouïe des événements qui s'y produisirent, depuis le nombre des combattants mobilisés sur tous les fronts à la réquisition totale de l'économie pour l'effort de guerre. Elle fut, au sens strict du terme, une expérience de grands nombres et notre mathématicien fut aux premières loges pour constater combien des techniques mathématiques efficacement utilisées étaient susceptibles d'être utiles pour traiter ces données. C'est précisément pendant le conflit qu'il entra au conseil de la Société de Statistique de Paris (dont il devait devenir président en 1922) et c'est dans le journal de celle-ci qu'en 1920 il publia l'article Borel (1920) exposant les vues qu'il avait tirées de son expérience auprès du président du Conseil en 1917.

Cette même année 1920, Borel demande au conseil de la faculté des sciences de Paris de le transférer de la chaire de théorie des fonctions à celle de calcul des

31. Sur la réception de la théorie de Planck en France, voir M. C. Bustamante, 2002, « Rayonnement et quanta en France (1900-1914) ».

32. M. C. Bustamante, 2011, « Paul Langevin et le Conseil Solvay de 1911 : Au cœur de l'histoire de la physique du xx^{e} siècle ».

33. M. C. Bustamante, 2015, « Le carnet de notes d'É. Borel sur un cours de P. Langevin sur la théorie du rayonnement thermique. Entre émission, perception et compréhension. »

34. Sa lecture critique de cet article fut publiée en 1915 comme supplément dans la version française de l'encyclopédie de Borel, 1915, « Mécanique statistique, d'après l'article allemand de P. Ehrenfest et T. Ehrenfest ».

probabilités et physique mathématique. Avec son élection en 1921 à l'Académie des sciences, désormais au sommet de son rayonnement institutionnel, il allait pouvoir mettre en œuvre son programme, et notamment lancer le projet du *Traité*.

1.3 La situation des mathématiques de l'aléatoire en 1920 selon Borel : un besoin d'unification

Officiellement lancé comme nous l'avons vu dans sa notice de candidature de 1921, le projet du *Traité* répond à un besoin dont Borel témoigne dans la préface d'un des premiers fascicules [35] :

> Il m'a semblé que le temps était venu de chercher à rassembler en un *Traité* les résultats essentiels acquis à la science dans le domaine du calcul des probabilités et de ses applications diverses. [36]

Il rajoute plus loin :

> La théorie des probabilités nous conduit, dans le domaine des sciences physiques, à substituer aux explications mécaniques de l'univers des explications statistiques ; de même, dans le domaine juridique et économique, les préoccupations collectives tendent de plus en plus à primer les préoccupations individualistes. [37]

La préface signale ainsi la présence de la théorie des probabilités dans un spectre large des connaissances, et qu'une telle présence est également synonyme d'une transformation épistémologique suffisante pour justifier une interrogation formulée dès 1914 :

> Le moment est venu de nous demander si nous n'avons pas assisté, presque sans nous en apercevoir, à une véritable révolution scientifique. [38]

L'entreprise envisagée dès le début est donc de réunir des résultats provenant de milieux et de pratiques diverses avec pour objectif de « mettre en évidence, par la publication d'un traité, l'unité et l'importance du calcul des probabilités » [39].

Comme on l'a vu, Borel s'investit dans les probabilités depuis 1905. Pourquoi a-t-il ressenti en 1920 le besoin urgent de se lancer dans une nouvelle entreprise éditoriale consacrée à cette thématique ? L'argument rhétorique qu'il avance est que le calcul des probabilités a atteint alors un stade de maturité comparable à celui de la mécanique et qu'il lui semble donc nécessaire de faire le point. La conviction borélienne a d'ailleurs été fortement consolidée par son expérience récente, et dans un grand nombre de domaines on doit maintenant apprendre à se servir des

35. Borel et Lagrange, 1925, *Principes et formules classiques du calcul des probabilités*.
36. Ibid.
37. Ibid.
38. Borel, 1914b, *Le Hasard*.
39. Borel et Lagrange, 1925, *Principes et formules classiques du calcul des probabilités*, p. vi.

probabilités. Rien ne peut être plus efficace que de les « rassembler » en un même lieu. Si Borel ne s'étend pas beaucoup sur la façon dont il conçoit cette unité, il est clair qu'elle est d'abord fondée sur une unité de méthode mathématique.

En 1921, paraît *A Treatise on Probability* [40] de John Maynard Keynes dont Borel publiera une recension acide en 1924 [41]. Le point de vue adopté par Keynes est de commencer par construire des fondations logiques sur lesquels appuyer les calculs et les applications. Borel écrit à ce propos : « c'est un essai philosophique et logique sur l'idée de probabilité et sur ses relations avec les théories mathématiques dites calcul des probabilités. Ces théories mathématiques ne sont pas ignorées de l'auteur et sont effleurées à l'occasion, mais elles ne sont pas son objet principal ; ce qui l'intéresse, c'est l'aspect philosophique et logique de la question, non leur aspect scientifique. » À l'inverse, Borel, homme d'action, considère que l'interprétation des probabilités doit découler d'une analyse des usages qui en sont faits. Une telle attitude impliqua d'ailleurs l'inscription de son propre projet de *Traité* dans une dimension temporelle dont lui-même n'avait probablement pas parfaitement pris la mesure. Il faudra en effet attendre l'écriture de tous les fascicules consacrés aux différents champs d'applications des méthodes probabilistes pour pouvoir pénétrer la signification profonde des résultats obtenus.

M. C. Bustamante a retrouvé un brouillon de plan manuscrit avec le cahier évoqué plus haut sur la théorie du rayonnement à la bibliothèque de l'IHP en 2002. Celui-ci peut, à bon droit, être considéré comme l'un des tous premiers essais de Borel. Il n'est pas daté, mais est évidemment antérieur à 1924, date de la publication du premier fascicule. Il présente en tout cas déjà quasiment tous les thèmes effectivement abordés dans l'ensemble, si l'on accepte d'inclure les applications aux assurances dans le lot de celles concernant les sciences sociales, et qu'on ignore la balistique. Une première partie du *Traité* est consacrée aux fondements théoriques et mathématiques de la théorie. Ensuite des parties sont dédiées à différentes catégories d'applications. De façon significative, on peut constater a posteriori que des aspects importants de l'architectonique du plan ci-dessous ont peu changé dans la version effectivement publiée. On peut cependant s'interroger sur les tomes V à VII proposés par Borel, qui étaient peut-être dans son esprit susceptibles de comporter plusieurs fascicules (ce qui d'ailleurs arrivera partiellement avec le très important volume pris par les questions d'assurances). Commençant par un apprentissage des bases essentielles de la théorie des probabilités, les lecteurs du *Traité* doivent donc y découvrir la grande variété des domaines où cette théorie s'applique. Comment Borel, concevait-il la lecture de son ouvrage ? Il est raisonnable de penser qu'il attendait de ses lecteurs que tous lisent pour commencer les fascicules du premier tome avant d'explorer le bric-à-brac probabiliste des différents champs d'applications. Si

40. Keynes, 1921, *A Treatise on Probability*.

41. Borel, 1924, « À propos d'un traité de Probabilités ». Il est vrai que c'était aussi une réponse à la critique virulente que Keynes avait fait de Borel, 1909, « Les probabilités dénombrables et leurs applications arithmétiques » quinze ans plus tôt – voir Mazliak et Sage, 2014, « Au-delà des réels : Émile Borel et l'approche probabiliste de la réalité ».

Tome I Les principes et formules

1. Les probabilités discontinues
2. Les probabilités dénombrables
3. Les probabilités continues

Tome II Les applications aux sciences mathématiques

1. La théorie des fonctions et l'arithmétique
2. L'astronomie et la cosmogonie
3. La théorie des erreurs

Tome III Les applications aux sciences physiques

1. La théorie cinétique des gaz
2. La mécanique statistique
3. La discontinuité de la matière et de l'énergie (poids atomique, quanta, radioactivité, etc)

Tome IV Les applications aux sciences biologiques et psychologiques

Tome V Les applications aux sciences sociales

Tome VI Les applications aux jeux de hasard

Tome VII La valeur pratique et la portée philosophique de la théorie des probabilités

Figure 1 – Brouillon initial du plan du *Traité* (entre 1920 et 1924)

Borel se montre ici moins innovant qu'on ne pourrait l'attendre de lui à l'aune des propositions qu'il avait formulées jadis pour l'enseignement de la géométrie [42], il ne faut sans doute pas oublier que dans son esprit mettre en place un enseignement des probabilités [43] était une véritable révolution à accomplir en France [44]. Le moment n'était pas encore venu où la question principale serait de savoir *comment* il faut les enseigner. On comprend que pour la géométrie, présente depuis des siècles dans les manuels, le problème se pose différemment.

En 1924 paraît le premier fascicule du *Traité* [45]. On y trouve imprimé, comme désormais dans chacun des fascicules, le plan général programmé du *Traité*. Cette année là, il se présente comme sur la figure 2 page suivante : On constate avec ce premier plan imprimé une redistribution des différents fascicules au sein du traité. Cette redistribution suit une logique de regroupement des applications en mathématiques et en physique d'une part, des applications des sciences économiques et biologiques d'autres part. Par ailleurs des tomes prévus dans le brouillon sans détails sur leur contenu ont été rassemblés au sein du tome IV sous le titre d'applications diverses et conclusion. On note le souci d'un certain équilibre entre les différents tomes avec un nombre constant de fascicules par tome (entre 4 et 5).

En 1939, le *Traité* publié se présente suivant le plan final figure 3 page 127. Au cours des 15 années de publication, on voit donc que le plan, tout en conservant sa structure globale, a subi des modifications substantielles qu'on peut suivre sur les plans imprimés dans les fascicules au fur et à mesure de leur publication. Tout d'abord des modifications d'auteurs et de rédacteurs : l'apparition de Paul Dubreil comme rédacteur de Borel et Dubreil (1926), celle de Jean Ville comme rédacteur de Borel et Ville (1938), de René Risser comme coauteur de Risser et C.-É. Traynard (1933) et comme auteur de Risser (1932), qui s'accompagne de la disparition de Louis Blaringhem initialement prévu. Maurice Fréchet remplace Émile Borel pour écrire le fascicule 3 du premier tome et Francis Perrin passe de rédacteur à auteur du fascicule 5 du tome 2. Ce tome sur la mécanique statistique quantique est aussi le cas d'un changement de titre. Sans exclure que Borel, auditeur comme on l'a dit du cours de Langevin sur le rayonnement au Collège de France en 1912-1913, ait pu envisager d'aborder les aspects quantiques de la mécanique statistique, les deux changements d'auteurs et de titre, laissent planer un doute sur le contenu qu'il avait initialement envisagé.

Les modifications liées aux titres ne se limitent pas à des changements d'intitulé.

42. Dans ses réflexions sur la réforme des programmes des lycées en 1904, Borel défendait ainsi l'idée d'un enseignement inductif de la géométrie où les élèves ne devraient absolument pas commencer par acquérir la théorie avant d'étudier des applications.

43. Fût-ce à la place de beaucoup d'autres choses inutiles qu'on pourrait tout à fait retirer des programmes, comme il l'écrit par exemple dans la préface de son livre de 1924 avec Deltheil Borel et Deltheil, 1923, *Probabilités, Erreurs*.

44. Peut-être est-il légitime ici de signaler que ce n'est qu'en 2013 que l'enseignement des probabilités a fait son entrée en classe préparatoire scientifique. La dimension des résistances diverses n'avait guère échappé à Borel.

45. Galbrun, 1924, « Assurances sur la vie, calcul des primes ».

Tome I Les principes de la théorie des probabilités

1. Principes et formules classiques
2. Erreurs et moindres carrés
3. Recherches théoriques modernes
4. Les principes de la statistique mathématique

Tome II Les applications de la théorie des probabilités aux sciences mathématiques et aux sciences physiques

1. Applications à l'arithmétique et à la théorie des fonctions
2. Probabilités géométriques
3. Mécanique statistique classique
4. Applications à l'astronomie
5. Applications aux théories physiques actuelles

Tome III Les applications de la théorie des probabilités aux sciences économiques et aux sciences biologiques

1. Assurances sur la vie. Calcul des primes
2. Assurances sur la vie. Calcul des réserves
3. Applications à la biologie. Variations discontinues et Mendélisme.
4. Applications à la biologie. Variations continues et biométrique

Tome IV Applications diverses et conclusion

1. Applications au tir
2. Applications au jeux de hasard
3. Compléments divers
4. Conclusion : portée philosophique de la théorie des probabilités

Figure 2 – Plan du *Traité* en 1924

Tome I Les principes de la théorie des probabilités

1. Principes et formules classiques du calcul des probabilités
2. Erreurs et moindres carrés
3. (a) Généralités sur les probabilités ; variables aléatoires, avec une note de Paul Lévy
   (b) Méthode des fonctions arbitraires. Théorie des événements en chaîne dans le cas d'un nombre fini d'états possibles
4. Les principes de la statistique mathématique

Tome II Les applications de la théorie des probabilités aux sciences mathématiques et aux sciences physiques

1. Applications à l'arithmétique et à la théorie des fonctions
2. Probabilités géométriques
3. Mécanique statistique classique
4. Applications de la théorie des probabilités à l'astronomie
5. Mécanique statistique quantique

Tome III Les applications de la théorie des probabilités aux sciences économiques et aux sciences biologiques

1. Assurances sur la vie. Calcul des primes
2. Assurances sur la vie. Calcul des réserves
3. Applications de la statistique à la démographie et à la biologie
4. Théorie mathématique de l'assurance invalidité et de l'assurance nuptialité. Définitions et relations fondamentale
5. Théorie mathématique de l 'assurance invalidité et de l'assurance nuptialités. Calcul des primes et des réserves
6. Théorie mathématique de l'assurance maladie

Tome IV Applications diverses et conclusion

1. Applications au tir
2. Applications au jeux de hasard
3. Valeur pratique et philosophie des probabilités

FIGURE 3 – Plan final du *Traité* publié (1939)

De nouveaux fascicules sont ajoutés. Une des évolutions les plus spectaculaires est la place attribuée aux questions d'assurances. De deux fascicules prévus au départ, Henri Galbrun va passer au stade assez extravagant d'auteur de cinq volumes du *Traité*. Maurice Fréchet quant à lui publie tardivement son unique fascicule sous la forme de deux tomes très conséquents et le volume dédié aux « Compléments divers » disparaît au profit d'une nouvelle collection, les *Monographies des probabilités*. On ne peut que spéculer sur les raisons d'un certain retrait de Borel (manque de temps, manque d'intérêt ou en tout cas manque de désir pour acquérir les avancées les plus récentes,...) en l'absence de document définitif, mais il apparaît que la réalisation de l'édifice éditorial nécessita probablement plus de temps qu'attendu et que cette temporalité joua en faveur d'une plus grande liberté laissée aux autres auteurs.

2 Les acteurs : un réseau normalien et un effet de la guerre

Nous avons amplement montré dans la partie précédente comment, dès le début de sa vie professionnelle, Borel a démontré une habileté exceptionnelle pour construire des réseaux. L'un des plus emblématiques est celui qu'il mit en place au moment de la création de la *Revue du Mois* qui lui ouvrit les portes de très nombreuses disciplines universitaires (notamment littéraires) qu'il côtoyait peu auparavant. Un autre fut celui d'hommes politiques qu'il commença à fréquenter pendant la première guerre mondiale et qui s'étendit quand lui-même prit part à la politique nationale en tant que député (et même ministre pendant quelques mois en 1925). Toute l'action de Borel fut articulée sur une série de réseaux au centre desquels il se trouvait. S'il y eut en tout cas une institution qui joua un rôle moteur pour lui fournir des combattants, ce fut clairement l'ens, qui depuis la fin du xix^e siècle était devenue le principal centre de production des élites intellectuelles françaises. Entré à l'ens en 1890, Borel n'en sortit jamais tout à fait, puisqu'il y revint comme maître de conférences dès 1897, et qu'il en prit même la sous-direction scientifique en 1910. Il démissionna certes en 1920, en partie par tristesse de voir l'« École peuplée d'ombres » après la guerre comme l'exprima Camille Marbo [46], en partie parce qu'il voulait avoir du temps pour ses nouvelles activités. Mais le cordon ombilical ne fut jamais coupé.

Ainsi, le réseau que Borel met en place autour de la composition du *Traité* est très fortement empreint de la marque normalienne, puisque tous les collaborateurs à l'exception de deux (et encore, l'un de ces deux là est étranger) sont issus de l'une ou l'autre promotion scientifique de l'ens. On voit donc avec curiosité Borel favoriser dans le *Traité* le croisement de plusieurs générations de normaliens qui

46. Marbo, 1968, *À travers deux siècles : souvenirs et rencontres (1883-1967)* ;
Mazliak, 2015b, « The ghosts of the École Normale : Life, death and legacy of René Gateaux ».

n'ont souvent pas d'autre connection que celle-là. De manière un peu plus voilée, mais qui se révèle très claire à l'analyse, le réseau en question est aussi marqué par la guerre. C'est spécialement évident par la façon dont Borel va faire appel à certains normaliens « entre deux âges » c'est-à-dire ni juste sortis de l'École, ni assez âgés pour avoir déjà un poste universitaire, dont la guerre et la mobilisation avaient perturbé la carrière naissante parfois de façon brutale, puisqu'ils furent blessés durant le conflit. Borel a donc aussi un usage social du regroupement qu'il met en place, aidant ces jeunes gens à reprendre pied dans le monde académique.

Assez significativement, on a l'impression que la latitude laissée par Borel à chacun des auteurs normaliens dans le *Traité* est « proportionnelle » à l'ancienneté de sa promotion. Les plus jeunes sont là pour récolter la parole du maître, les intermédiaires se contentent d'en suivre quelques directives, et les plus âgés n'en font qu'à leur tête et c'est en quelque sorte Borel qui se met à leur service. Cette vision, quoique légèrement simpliste, explique pourquoi nous avons, dans le descriptif qui va suivre, rangé les collaborateurs par ordre décroissant de distance séparant leur promotion à l'ENS et le moment où Borel va faire appel à eux.

Un autre point qui mérite d'être signalé est le fait que tous les collaborateurs de Borel sauf un sont français. En 1920, le mathématicien a sans doute encore l'impression que la théorie des probabilités est un sujet qu'il domine suffisamment pour rassembler localement des auteurs pour les fascicules. Si l'on voit dans le colloque de Genève de 1937, organisé par Fréchet, une sorte de successeur naturel du *Traité* de Borel, on constate l'explosion qui se produisit pendant les quinze années qui suivent le lancement du projet. Le centre de gravité des études probabilistes a alors clairement changé de lieu et il se trouve évidemment alors à l'est de l'Europe et surtout à Moscou. Toute la construction du programme scientifique de l'IHP dans les années 1930 est faite pour implanter en France de façon durable une école de probabilités et de physique théorique de niveau international. Parmi les collaborateurs du *Traité*, seul Fréchet y appartient de plein droit (et éventuellement Ville), signant une forme d'obsolescence du projet borélien qui pourtant ne s'achèvera que deux ans plus tard. Il est vrai que Borel, aussi lucide qu'entêté, avait bien conscience d'une certaine forme de décalage entre son « bébé » et la situation effective des probabilités à la fin des années 1930. En 1937, en même temps qu'il laissait Fréchet élaborer son fascicule comme un véritable livre indépendant (voir la partie suivante), il lançait en complément du *Traité* une nouvelle *Collection de monographies sur le calcul des probabilités* qui lui permit d'éditer en premier un tome fondamental du plus profond probabiliste français du moment, Paul Lévy, consacré aux sommes de variables aléatoires [47]. La collection de monographies s'arrêtera en fait au bout de quelques numéros, et le volume de Paul Lévy s'en dégage radicalement comme le seul ayant une importance mathématique colossale [48]. Il ne nous semble donc pas exagéré de

47. Lévy, 1937, *Théorie de l'Addition des Variables aléatoires*.

48. On pourra consulter Barbut, Locker et Mazliak, 2014, *Lévy, Paul and Fréchet, Maurice : 50 years of correspondence in 107 letters*.

penser que c'est uniquement pour assurer une place à Paul Lévy que Borel a mis en place sa nouvelle collection, histoire d'équilibrer un peu la vague impression de vétusté qui se dégage à la fin des années 1930 de plusieurs fascicules de son *Traité*.

Une caractéristique remarquable de la carrière éditoriale d'Émile Borel est d'avoir cherché à publier systématiquement ses enseignements. Ce fait semble s'inscrire dans son souci plus large de diffuser le savoir scientifique au plus grand nombre. C'est ainsi qu'on retrouve dans les deux collections de *Monographies sur la théorie des fonctions* et le *Traité du Calcul des probabilités* des rédactions de ses cours. Selon Maurice Fréchet, Borel prit l'habitude de demander, sans doute avant la première séance, à un élève, de préférence le meilleur à ses yeux, de prendre des notes en vue d'une future rédaction. Ce système lui permit de produire dix livres des *Monographies sur la théorie des fonctions* en 25 ans : « S'il a pu réaliser une telle production [...] c'est parce que, à l'exemple de Poincaré, il se contentait de développer oralement le sujet de chaque livre dans un de ses cours et de laisser le soin de le rédiger à l'un de ses auditeurs. Il a montré en même temps, comme il savait bien juger les jeunes, puisque la plupart de ses collaborateurs, choisis parmi de simples étudiants, sont devenus des professeurs d'université (la majorité d'entre-eux à Paris) » [49].

Ainsi que l'a observé M. C. BUSTAMANTE [50], Borel connaissait de près la pratique de la « prise de notes de cours ». Jeune élève à l'École normale, il s'était lui-même frotté plusieurs fois à l'expérience, par exemple pendant le cours d'astronomie de Wolf fait à la Sorbonne en 1891. Le carnet des dites notes semble avoir été pris sous la dictée de l'enseignant. Il est remarquable que Borel, devenu un mathématicien de premier plan, ait continué à pratiquer et à perfectionner l'exercice. Quand il entreprit de suivre le cours de Langevin sur la théorie du rayonnement thermique au Collège de France en 1912, Borel, qui avait une année de plus que son collègue, n'était plus depuis longtemps un étudiant de l'ENS. Son carnet de notes, prises sur le vif, révèle une transcription très personnelle, où sont choisis et synthétisés de manière succincte les idées et les contenus de l'exposé de Langevin [51]. Nous n'avons par contre aucune trace des notes des élèves sélectionnés par Borel pour collaborer avec lui dans la préparation des fascicules du *Traité* dont il est l'auteur déclaré. Compte-tenu de la finalité envisagée, on peut penser qu'ils devaient plus ressembler au cahier de Borel en 1891 qu'à celui de 1912.

Examinons donc maintenant la liste des collaborateurs de Borel. Afin de rester centrés sur le *Traité*, nous nous limiterons essentiellement à considérer leur parcours jusqu'au moment de leur intervention dans le projet borélien. De plus, il nous a semblé légitime de fournir un peu plus d'information sur les acteurs les moins connus que sur ceux qui ont été étudiés ailleurs à de nombreuses reprises.

---

49. FRÉCHET, 1965, « La vie et l'action sociale d'Émile Borel », p. 17.

50. M. C. BUSTAMANTE, 2015, « Le carnet de notes d'É. Borel sur un cours de P. Langevin sur la théorie du rayonnement thermique. Entre émission, perception et compréhension. »

51. Ibid.

2.1 Lagrange-Dubreil : à portée de main

Les deux premiers collaborateurs sur lequel nous nous penchons, sont engagés par Borel comme « rédacteurs » de cours professés à la faculté des sciences de Paris par Borel et il est à noter que le fascicule du *Traité* qu'ils rédigent est l'unique production probabiliste de leur carrière.

René Lagrange

René Lagrange (1895-1975) est normalien de la promotion 1914 et mobilisé immédiatement au déclenchement du conflit, bien que, n'ayant pas encore fait de formation militaire, il n'ait été envoyé au front qu'au bout de quelques mois et y fut gravement blessé [52]. Démobilisé en 1919, il est reçu premier à l'agrégation de mathématiques en 1921 lors de la session spéciale ouverte pour les jeunes hommes dont la guerre avait interrompu les études. Il soutient sa thèse, *Le calcul différentiel absolu*, en 1922. En 1922-1923, il est agrégé-préparateur à l'ENS et Borel fait appel à lui pour rédiger ses notes de cours. En 1924, il se voit attribuer une bourse Rockefeller, et part un an au Danemark travailler avec Niels Norlund dont il rédigera un peu plus tard pour Gauthier-Villars les leçons sur les équations linéaires aux différences finies. À partir de 1928, il est professeur à l'université de Dijon. Il reçoit en 1942 le grand prix des sciences mathématiques et en 1947 le prix Bordin de l'Académie des sciences.

Paul Dubreil

Paul Dubreil (1904-1994), normalien de la promotion 1923 est reçu premier à l'agrégation de mathématiques en 1926. Il est donc encore élève à l'ENS quand il assiste au cours d'Émile Borel de 1924 à 1925 dont il est chargé de la rédaction.

Il obtient ensuite une bourse Rockefeller et part en Allemagne à Göttingen auprès d'Emmy Noether puis en Italie où il suit les cours des leaders du groupe italien de géométrie algébrique. Il soutient sa thèse en 1930 à Paris et devient un des algébristes français les plus en vue.

2.2 Traynard, Ville, Haag, Perrin, Deltheil : des hommes de confiance en semi-liberté

Claude-Émile Traynard

Claude-Émile Traynard (1881-1967) intègre l'École normale en 1900. Il appartient à un type de personnalité (en tout cas de normalien,...) pour lequel Borel,

52. Très pudique sur ses souvenirs de guerre – voir Pauty, 2014, *Mathématiciens en Bourgogne*, Lagrange mentionna par bribes à ses enfants ses souffrances du Chemin des Dames, et sa blessure à la mâchoire causée par un coup de pied de cheval.

qui s'y reconnaissait peut-être un peu, a toujours eu une certaine inclination, papillonnant dans des directions variées suivant son intérêt intellectuel sans véritable construction de carrière ; ce groupe, comme on le verra, est représenté par plusieurs collaborateurs du *Traité*. Il obtient l'agrégation de mathématiques en 1904 et soutient sa thèse, *Sur les fonctions thêta de deux variables et les surfaces hyperelliptiques* [53]. Après avoir été maître de conférences à la faculté des sciences de Lille de 1909 à 1910, il est ensuite nommé maître de conférences en 1910 à Besançon où il reste jusqu'en 1926, année où il est remplacé par Louis Bachelier, et devient professeur à l'université de Marseille où il terminera sa carrière.

Jules Haag

Jules Haag (1882-1953) fait partie de la promotion 1902 de l'ens. Il obtient l'agrégation de mathématiques en 1906 et soutient une thèse en géométrie différentielle sur les familles de Lamé en 1910. Il est alors nommé professeur de mécanique rationnelle à la faculté des sciences de Clermont-Ferrand de 1911 à 1914. Mobilisé pendant la première guerre mondiale chez Michelin où il est en charge du calcul des trajectoires de bombes pour un nouvel avion, Jules Haag publie trois communications aux Comptes rendus de l'Académie. Le général Prosper-Jules Charbonnier, lecteur attentif des Comptes rendus et convaincu du rôle à jouer des mathématiciens dans le domaine de la balistique, réclamera la présence de Haag à la commission de Gâvres [54]. Ce dernier quitte Clermont-Ferrand pour Lorient où se trouve la commission et où il retrouve Albert Châtelet et Arnaud Denjoy. Jules Haag est l'un des acteurs du renouvellement profond des méthodes mathématiques employées en balistique. En outre, il maintient des relations étroites avec la balistique après l'armistice et intègre la commission de Gâvres en civil et à titre permanent en 1921. Haag dira plus tard que bien qu'il fût mathématicien, ce furent toujours les problèmes concrets qui avaient attiré son esprit. En 1928, il accepte la direction de l'Institut de Chronométrie de Besançon qui est créé cette année là et qu'il dirigera jusqu'à sa retraite. Dans son discours inaugural, Haag y déclara avec force combien l'étude des horloges nécessite de faire appel à un large spectre de connaissances mathématiques : « Dans une montre, l'étude du rouage ressort de la cinématique, l'étude des oscillations du balancier nous fait pénétrer dans le calcul intégral. Son voisin, le spiral, avec de mystérieuses courbes terminales, nous plonge dans la géométrie infinitésimale. Le balancier nous met aux prises avec la théorie mathématique de l'élasticité. l'étude de l'échappement fait intervenir la théorie des chocs et celle des frottements. Dans l'horlogerie électrique, nous rencontrons, entre autres problèmes, celui de la synchronisation qui nous met au contact avec les séries de Fourier. »

53. Publiée comme É. Traynard, 1907, « Sur les fonctions thêta de deux variables et les surfaces hyperelliptiques ».
54. Aubin, 2014, « I'm Just a Mathematician : why and how mathematicians collaborated with military ballisticians at Gâvre ».

Robert Deltheil

Robert Deltheil (1890-1972) est reçu premier à l'ENS en 1910. En décembre 1912 et janvier 1913, il assiste au cours de Borel à la Sorbonne dont il se voit confier la rédaction [55]. Reçu premier également à l'agrégation de mathématiques en 1913, il est mobilisé en 1914 et gravement blessé en 1915. Grâce à l'appui de Borel, il est nommé maître de conférences à la faculté des sciences de Toulouse en 1919, en même temps qu'il prépare sous sa direction une thèse, *La théorie des probabilités géométriques* soutenue en 1920, qu'on peut considérer comme la seule véritable thèse sur la théorie des probabilités qu'Émile Borel ait dirigée dans sa carrière. Cela lui permet en 1921 d'obtenir la chaire de mathématiques générales à la faculté des sciences de Toulouse où il passera toute sa carrière et dont il deviendra doyen en 1930. Borel fait appel à lui en 1923 pour l'écriture d'un petit volume *Probabilités, erreurs*, ouvrage de vulgarisation avancée, qui fait partie du dispositif borélien de diffusion des techniques probabilistes à un large public éclairé. Autre effet de la guerre, Deltheil se voit attribuer le cours Peccot, réservé à des mathématiciens de moins de 30 ans, en 1925 malgré ses 35 ans et la matière de son cours est publiée dans le *Traité* comme fascicule.

Francis Perrin

Francis Perrin (1901-1992) occupe une place très particulière dans le groupe des collaborateurs puisqu'il est le fils du physicien Jean Perrin, vieil ami de Borel, élève en même temps que lui à l'École normale, et membre comme Borel ou les Curie du groupe des scientifiques de l'Arcouest qui passaient leurs étés ensemble face à l'île de Bréhat [56]. Borel connaît donc Francis depuis sa naissance, et lui a toujours servi de mentor à côté de son père. Francis Perrin ne fréquenta d'ailleurs aucune école avant l'âge de 12 ans : son père dirigea de près son instruction et lui donna une formation scientifique à laquelle Borel et les Curie participèrent.

Entré à l'ENS à dix-sept ans en 1918, Francis Perrin assiste au cours de Borel de l'année 1920-1921 dont il assure la rédaction. Ce cours est publié peu après dans le *Traité*. Un échange épistolaire conservé dans les archives à l'Académie des sciences montre d'ailleurs que Borel suit de très près la formation du fils de son ami Jean Perrin et qu'il prend très au sérieux les observations que fait cet élève doué sur la thermodynamique. En 1922, Perrin obtient le diplôme d'études supérieures de chimie avec un mémoire intitulé « Étude des trajectoires des rayons alpha dans l'argon, par la méthode de C. T. R. Wilson » en collaboration avec Pierre Auger et est reçu premier à l'agrégation en sciences physiques l'année suivante. En 1924, après un an de service militaire il est nommé agrégé-préparateur à la Sorbonne et

55. Et qui fut publié comme BOREL, 1914a, *Introduction géométrique à quelques théories physiques*.
56. Sur l'Arcouest, surnommée Sorbonne Plage dans l'entre deux guerres, on regardera avec curiosité la conférence du 13 janvier 2009 d'Hélène Langevin-Joliot à l'adresse `http://www.espace-sciences.org/conferences/l-arcouest-ou-sorbonne-plage`.

mène des recherches expérimentales et théoriques sur la fluorescence des matières colorantes organiques en solution. De façon très significative, Borel accepte de diriger sa thèse de mathématiques sur le mouvement brownien de rotation d'une sphère, soutenue en 1928, cependant qu'en 1929, Perrin soutient une seconde thèse, de physique celle-ci, sur la polarisation de la fluorescence des solutions. Dans les années 1930, Perrin participe aux efforts en faveur de la physique théorique à l'IHP où Léon Brillouin et Louis de Broglie avaient été chargés de l'enseignement des théories physiques. En 1932, Brillouin quitte l'Institut afin de rejoindre le Collège de France, où il prend la chaire de Physique générale et mathématiques laissée par son père Marcel, parti à la retraite. Des changements ont donc eu lieu à la faculté des sciences et par là même à l'IHP. Louis de Broglie fut nommé professeur et Francis Perrin, âgé alors de 31 ans, fut élu maître de conférences. De Broglie et Perrin devinrent tous les deux chargés de l'enseignement des théories physiques. En 1935 Perrin deviendra professeur sans chaire, en même temps que membre du comité de rédaction des Annales de l'Institut et membre du comité de direction de l'Institut, aux côtés de Paul Langevin, Jean Perrin et Émile Borel. En 1939, il rejoint l'équipe de Frédéric Joliot au Collège de France, laquelle s'intéressait à la possibilité de déclencher des réactions en chaîne. Perrin deviendra après la guerre un acteur majeur de la physique nucléaire française, en tant que professeur au Collège de France, chargé, à partir de 1946, de la chaire de physique atomique et moléculaire, et en tant que responsable du Haut-commissariat à l'énergie atomique, responsabilité qu'il assumera jusqu'en 1970 [57].

Jean Ville

Benjamin du groupe, dernier collaborateur contacté par Borel pour le *Traité*, Jean Ville, né en 1910, entre à l'ENS en 1929 à la première place. Il suit l'enseignement de probabilités de Fréchet de l'année 1930-1931 et obtient l'agrégation de mathématiques en 1932. Mais sa sortie de l'ENS est suivie d'une période de doute qui le fait beaucoup hésiter à se lancer dans une de thèse de mathématiques. Il se sent en fait peu attiré par l'approche axiomatique des mathématiques allemandes revenue en force dans les sujets alors à la mode. Pour en avoir une meilleure vision, il part, comme d'autres jeunes scientifiques français, dont le physicien Jacques Solomon, pour un an à l'Institut français de Berlin entre novembre 1933 et 1934. Mais la période est peu favorable pour réfléchir calmement à sa vocation. Ville assiste à Berlin à la mainmise de la dictature nazie sur l'université allemande.

Revenu en France bredouille, il consulte Fréchet qui parvient à lui obtenir un nouveau financement mais cette fois à Vienne chez Karl Menger. Lors de cette année académique 1934-1935, il découvre avec passion l'économie mathématique dans la capitale autrichienne et fait notamment connaissance d'Abraham Wald. Avec le groupe viennois, il participe notamment à de nombreux séminaires de

57. F. Perrin, Notice sur les travaux scientifiques, fonds Francis Perrin, Académie des sciences.

réflexion sur l'interprétation des probabilités et notamment sur les collectifs de von Mises. À son retour en France à l'été 1935, Borel et Fréchet, qui semblent avoir beaucoup d'affection pour lui, lui obtiennent une bourse de la toute nouvelle Caisse nationale de la recherche scientifique et il décide de se consacrer dès lors au calcul des probabilités. En 1936, Borel lui propose de rédiger son cours sur la théorie des jeux qui deviendra un fascicule du *Traité*. Ce fascicule contient en outre une note de Ville en annexe avec une nouvelle preuve très simple du *théorème du maxmin* de von Neumann obtenue par utilisation fine d'analyse convexe. Au lendemain du colloque de Genève de 1937, Ville co-dirige un séminaire sur les probabilités avec l'étoile montante des probabilités à l'IHP, Wolfgang Doeblin. Cette même année, Ville commence la rédaction de sa thèse, officiellement dirigée par Borel et soutenue en mars 1939, qui porte sur la critique de la théorie des collectifs de von Mises. C'est à cette occasion que Ville inventera la notion de martingale appelée à jouer après la deuxième guerre mondiale un rôle central dans la théorie des probabilités. Si Ville, à cause de son originalité, de relations compliquées avec ses collègues et d'un certain dédain de la part de Paul Lévy, resta toujours quelque peu marginal en France, son travail servit cependant de base à Doob pour ses constructions ultérieures [58].

2.3 Galbrun-Fréchet : des spécialistes laissés libres de leurs mouvements

Maurice Fréchet

Maurice Fréchet (1878-1973) est un personnage tellement important sur la scène mathématique française du XX^e^ siècle qu'il n'est peut-être pas utile ici de rentrer dans des détails qui ont été présentés ailleurs à de nombreuses reprises. Rappelons juste que ce normalien de la promotion 1900 soutient en 1906 une éblouissante thèse portant sur l'approche topologique de questions de calcul fonctionnel. Il est professeur de mécanique rationnelle à la faculté des sciences de Poitiers de 1910 à 1914, avant d'être mobilisé comme interprète auprès du haut commandement britannique. À la fin de la guerre, en 1919, il est nommé professeur d'analyse supérieure à la faculté des sciences de Strasbourg. Il s'investit de la mission de faire alors de l'institut de mathématiques qu'il dirige le plus brillant de France après Paris et déploie une énorme activité pour créer des relations internationales entre les mathématiques strasbourgeoises et celles de nombreux pays, en particulier ceux qui viennent de sortir de la zone d'influence germanique. Sa relation naissante avec Bohuslav Hostinský, sa position de professeur de statistique et d'assurance à l'Institut d'enseignement commercial supérieur de Strasbourg à partir de 1921 l'orientent progressivement vers les mathématiques du hasard dont il devient rapidement un des principaux représentants français [59]. En 1928, sous l'impulsion de

58. De très nombreux renseignements sur Ville peuvent être trouvés dans le volume de Mazliak et Shafer, 2009, « The splendors and miseries of martingales », consacré à l'histoire des martingales.

59. Barbut, Locker et Mazliak, 2014, *Lévy, Paul and Fréchet, Maurice : 50 years of correspondence in*

Borel qui a besoin d'un homme de confiance pour se charger des probabilités à l'IHP, il est muté à la Sorbonne. À la création de l'IHP, la chaire de Borel avait été scindée en deux, permettant ainsi la création d'une maîtrise de conférences associée à la chaire de calcul des probabilités dont Fréchet fut chargé afin de le « rapatrier » sur Paris. En fait, un mois après son arrivée, il fut nommé professeur sans chaire, avant d'occuper successivement celle de calcul différentiel et intégral et celle de calcul des probabilités et physique mathématique (où il prit la suite de Borel) de 1941 à sa retraite en 1948. Ce qui est significatif pour nous est l'absolue confiance que Borel semble accorder à son successeur pour traiter des aspects les plus modernes de la théorie des probabilités. On verra dans la partie suivante combien le(s) volume(s) de Fréchet occupent dans le *Traité* une place singulière.

Henri Galbrun

Le cas d'Henri Galbrun (1879-1940), qui appartenait à la même promotion 1900 de l'ENS que Fréchet a été beaucoup moins étudié et en un sens il est sensiblement plus original. Après avoir obtenu l'agrégation de mathématiques en 1903, Galbrun, contre toute attente, passe, en 1906, l'un des premiers concours de commissaire contrôleur des compagnies d'assurances sur la vie, corps de fonctionnaires créé en 1898 pour veiller à la solvabilité des compagnies d'assurance. Il en démissionne en 1909 pour retourner à la recherche mathématique qui débouche sur une thèse d'analyse intitulée *Représentation asymptotique des solutions d'une équation aux différences finies pour les grandes valeurs de la variable* qui est soutenue en 1912. Nouveau rebondissement dans la vie de cet esprit éclectique féru d'indianisme, cette même année, il accepte de partir pour participer à la campagne de fouilles de Virolleaud et Fossey en Perse à Ecbatane en 1913 et 1914. F. Pouillon [60], signale qu'il y fit un beau travail de découvertes d'objets archéologiques. Rappelé en France avec la mission au déclenchement des hostilités en 1914, Galbrun est employé par Borel pour participer aux recherches sur le repérage par le son pendant la première guerre mondiale. La paix revenue, il est chargé de cours (mathématiques) à la Sorbonne en 1919 puis à Marseille, mais un nouveau tournant l'attend. Horace Finaly, directeur de la banque de Paris et des Pays-Bas de 1919 à 1945 est convaincu qu'il faut des mathématiciens de haut vol pour faire face aux problèmes monétaires inextricables résultant de l'instabilité issue de la guerre. Sur les conseils de Painlevé, Finaly propose en 1922 à Galbrun de mettre sur pied un service d'actuariat, et ce dernier démissionne de son poste marseillais pour devenir actuaire. Il est rapidement un

---

107 letters ;

Havlova, Mazliak et Sisma, 2005, « Le début des relations tchécoslovaque vu à traver la correspondance Fréchet-Hostinsky » ;

Mazliak et Šišma, 2015, « The Moravian crossroad : mathematics and mathematicians in Brno between German traditions and Czech hopes » ;

Siegmund-Schultze, 2005, « Fréchet, Maurice à Strasbourg : mathématiques entre nationalisme et internationalisme, entre application et abstraction ».

60. Pouillon, 2012, *Dictionnaire des orientalistes de langue française*, p. 421.

des meilleurs spécialistes français des assurances et des emprunts à long terme (comme le montre bien sa participation torrentielle au *Traité*) et s'adjoint bientôt un autre normalien, Jules Dubourdieu, de la promotion 1921, pour seconder ses travaux.

2.4 Risser-Charlier : des visiteurs d'un soir

René Risser

Le doyen des français du groupe, René Nathan Risser (1869-1958), plus âgé que Borel lui-même de deux ans, est aussi l'unique français qui ne soit pas normalien. Né à Thann d'un père négociant originaire du Haut-Rhin qui opta pour la nationalité française après la défaite de 1870, Risser semble avoir professé toute sa vie un antagonisme intransigeant envers l'Allemagne si on en croit sa biographie Zimmermann 1994. Après sa sortie de l'École polytechnique en 1892 (Borel et lui se rencontrèrent, probablement, dans leurs années de classes préparatoires), et son passage par l'École d'application de l'artillerie et du génie de Fontainebleau, il intègre la Statistique générale de France en 1898 sur les recommandations d'Emmanuel Carvallo et Arthur Fontaine. Sur les conseils de Lucien March, il orienta aussi sa carrière vers les sciences actuarielles ; et, en 1907, il entra au ministère du Travail et de la Prévoyance sociale, d'abord comme commissaire contrôleur des assurances, puis comme actuaire du ministère et devint membre agrégé à l'Institut des actuaires français. Il supplée notamment Anatole Weber au poste d'actuaire de la direction de l'assurance et de la prévoyance sociale au ministère du Travail et de la Prévoyance sociale. Depuis cette date, il poursuivit une triple carrière administrative, professorale et scientifique [61].

Mobilisé comme officier en 1914, il élabore des tables de tir et met au point une méthode de détermination des éléments du tir en montagne lors d'un détachement en 1918 dans l'armée italienne. La guerre est également l'occasion pour lui de retourner à des problèmes théoriques et Risser soutient une thèse de mécanique, « Essai sur la théorie des ondes par émersion » en 1925 à l'âge peu courant de 56 ans, thèse qui est récompensée par l'attribution du prix Montyon la même année. En 1927, il est nommé professeur de théorie générale des assurances et des assurances sociales et répétiteur à l'École polytechnique, il prend sa retraite en 1937 et est nommé professeur honoraire au Conservatoire national des arts et métiers (cnam) en 1938.

61. Bunle, 1958, « René Risser, 1869-1958 ».

Carl Charlier

Le seul étranger du groupe réuni par Borel en est aussi le patriarche. L'astronome Carl Vilhelm Ludvig Charlier (1862-1934)[62] est issu de la brillante école d'astronomie scandinave du xix^e siècle dont le chef de file est Hugo Gylden qui eut une importance décisive sur son orientation. Entré à l'Université d'Uppsala en septembre 1881, Charlier y défend sa thèse, intitulée « Untersuchung über die allgemeine Jupiter-Störungen des Planeten Thetis » en 1887, accepte ensuite un poste d'astronome-assistant à l'observatoire de Stockholm qu'il détient entre 1888 et 1890, puis est nommé à l'observatoire d'Uppsala. En 1897, il quitte Uppsala pour succéder à Gylden qui vient de mourir, comme professeur à l'université de Lund et directeur de l'observatoire de l'université, positions qu'il occupera pendant trente ans. Il y poursuit ses recherches sur la mécanique céleste, s'inscrivant dans la lignée des recherches de techniques d'approximation des fonctions dont les scandinaves, comme Gylden ou Thiele, se faisaient une spécialité, notamment pour approcher des lois de probabilités[63]. Ainsi, en 1905, Charlier étudia la décomposition en série entière de l'expression $e^{-t}\left(\frac{a+t}{a}\right)^x$ pour a et x réels strictement positifs, vue comme fonction de moments d'une loi de probabilités, l'idée étant d'approcher la loi à travers les sommes partielles du développement. Les coefficients du développement font apparaître la famille de polynômes orthogonaux (aujourd'hui connue sous le nom de polynômes de Charlier) définis par :

$$P_n(x,a) = a^{-n} n! L_n^{(x-n)}(a)$$

où L_n est le n^e polynôme de Laguerre. La publication de « Researches into the Theory of probability » en 1906 marque un point d'inflexion dans sa carrière d'astronome. Il y applique la statistique mathématique à l'étude de la répartition des étoiles et du processus de cette répartition, et cette technique novatrice permet de tirer parti du développement de la photographie du ciel notamment pour la description de la voie lactée. Charlier a ainsi participé à la formation statistique en Suède et il fut l'un des instigateurs de la création d'une chaire de statistique et de statistique mathématique à l'université de Lund (créée en 1926), aspects auxquels Borel ne pouvait manquer d'être sensible. Les échanges épistolaires conservés à Lund montrent que c'est Borel qui dès 1923 a pris l'initiative d'écrire à son collègue pour lui proposer la rédaction du fascicule du *Traité* consacré aux applications astronomiques. On peut penser que la publication toute récente de l'ouvrage de Charlier sur la statistique stellaire n'avait pas non plus échappé au mathématicien français (il parut en 1920 dans sa version allemande, suivie immédiatement en 1921 par la traduction anglaise, probablement

62. Lundmark, 1935-02, « Carl Vilhelm Ludvig Charlier » ;
Holmberg, 2007, « Charlier, Carl Vilhelm Ludvig » ;
Linders, 1935, « C. W. L. Charlier ».

63. Voir par exemple Catellier et Mazliak, 2012, « The emergence of French probabilistic statistics. Borel and the Institut Henri Poincaré around the 1920's », p. 316 sq.

parce que dans l'Europe de l'immédiat après-guerre, il était commercialement et scientifiquement impensable de n'imaginer qu'une seule des deux versions). Il est en outre curieux de noter pour terminer de nombreux points de convergence dans les conceptions socio-politiques de Borel et de Charlier sur le rôle de la science et l'importance du traitement statistique des problèmes sociaux, points sur lesquels l'un et l'autre s'exprimèrent beaucoup ; nous n'avons cependant trouvé aucune trace d'un dialogue direct entre les deux hommes sur ces sujets qui les rapprochaient peut-être à leur insu.

2.5 Un disparu : Louis Blaringhem

Pour être tout à fait complet dans notre tableau, il nous faut parler maintenant de l'unique acteur qui semble avoir disparu après avoir fait partie des prévisions boréliennes lors de la genèse de l'idée du *Traité* puisque son nom apparaît imprimé sur le plan contenu dans le premier fascicule paru en 1924. Fait qui n'est pas anodin, il s'agit aussi du seul non mathématicien de l'ensemble. Borel a-t-il considéré que Blaringhem ne trouvait pas sa place dans le projet et donc décidé de ne plus faire appel à lui ?

Louis Blaringhem (1878-1958) [64], entre à ENS en 1898, et c'est sans doute là qu'eut lieu sa première rencontre avec Borel. Agrégé de sciences naturelles en 1903, il est d'abord préparateur de géologie à l'ENS de 1903 à 1904 puis de botanique de 1904 à 1907. Il soutient une thèse en 1907, intitulée « Mutations et traumatismes », et cette même année il est nommé chargé de cours de biologie agricole à la faculté des sciences de Paris. En 1909, Émile Roux le nomme chef de service de l'Institut Pasteur et à la direction de l'arboretum de la Maulévrie (près d'Angers). À partir de 1912, il cumule ce poste avec celui de professeur d'agriculture au CNAM. Pendant la première guerre mondiale, Louis Blaringhem est d'abord sergent puis adjudant au 6e régiment territorial d'infanterie. Élève d'une promotion de l'École normale trop ancienne pour être concerné par la réorganisation militaire de 1905 qui faisait des normaliens, ayant accompli leurs deux années de service militaire, des officiers [65], il est en effet mobilisé en 1914 comme simple soldat et prend part aux combats en Yser, à Douai, au Mont-Saint-Eloi, à Pervyse et à Nieuport. En septembre 1915, il est muté à l'arrière comme officier d'artillerie détaché au service des fabrications de l'aviation jusqu'en 1919. À la demande du ministère de l'Instruction publique, il part cette année là pendant six mois aux États-Unis et mène une enquête sur l'enseignement technique aux États-Unis pour le CNAM en 1938. En 1922, il obtient un poste de maître de conférences à la Sorbonne délégué à l'ENS, ainsi que la direction du laboratoire de recherche de botanique de l'école. Nommé d'abord professeur sans

64. Combes, 1958, « Notice nécrologique sur Louis Blaringhem » ;
Grelon, 1994, « Louis Blaringhem (1878-1958) » ;
Plantefol, 1964, « Funérailles de Louis Blaringhem ».

65. Sur ce sujet, on pourra consulter Mariot, 2012, « Pourquoi les normaliens sont-ils morts en masse en 1914-1918 ? Une explication structurelle », p. 23.

chaire de botanique à la faculté des sciences de Paris, de 1923 à 1930, il devient professeur à la chaire de botanique en 1930 et le reste jusqu'en 1940.

Selon Combes [66], Blaringhem s'inscrit dans la continuité des recherches du biologiste Hugo De Vries sur la théorie des mutations, défendue en France par « le lamarckien convaincu » Alfred Giard dont Blaringhem fut étudiant. Par ailleurs les travaux de Julien Constantin et Gaston Bonnier sur l'influence des conditions extérieures, dans un esprit toujours lamarckien, ont fait école et Blaringhem se lance dans l'étude des mutations faisant suite à une mutilation. Ses travaux attirent l'attention de Hugo de Vries, qui vient de formuler sa théorie génétique et de découvrir les travaux de Gregor Mendel [67] et invite régulièrement Blaringhem au jardin d'Amsterdam. Ce dernier s'investit dans l'amélioration des programmes de sélection des espèces d'orge et de malt cultivés en France. Son opinion sur la génétique évolue alors rapidement, et après la guerre il se fait un des plus chauds diffuseurs des théories mendéliennes de l'hérédité qu'il sera le premier à enseigner systématiquement en France. C'est sans doute à ce moment là que Borel a pensé à faire appel à lui pour la composition d'un tome consacré aux méthodes mathématiques en biologie et plus précisément en génétique. Comme on l'a vu, l'idée ne fit pas long feu.

3 Les fascicules

Nous arrivons maintenant à l'examen sommaire des différents fascicules publiés du *Traité*. Une réelle difficulté pour l'analyse de cet ensemble vient d'une forme d'hétérogénéité qui découle de la tension entre un projet initial personnel de Borel relativement bien délimité et la réalisation effective dans laquelle intervinrent de nombreux auteurs, dont nous avons montré la grande variété dans la partie précédente. En outre, l'étalement considérable de la parution du *Traité*, sur plus de quinze ans, a engendré d'importantes différences de traitement de certains sujets qui, à la base, dans l'esprit du fondateur devaient être apparentés. Il est donc inévitable de considérer les différents fascicules comme des entités plus ou moins indépendantes, au risque d'un catalogue quelque peu fastidieux. Nous avons néanmoins essayé de dégager quelques lignes de force en les regroupant par affinité de conception (et non pas de contenu), et nous avons ainsi dégagé quatre catégories couvrant l'ensemble du *Traité*.

En premier lieu, six publications ont pour matière des enseignements : quatre fascicules de Borel sont issus d'enseignements donnés à la faculté des sciences, le fascicule de Francis Perrin provient d'un enseignement donné à l'ihp et enfin un fascicule de Robert Deltheil est issu de son cours au Collège de France.

66. Combes, 1958, « Notice nécrologique sur Louis Blaringhem ».
67. Sur ce sujet voir, par exemple, Kuciel et Urban, 2009, *J.G. Mendel, his hybridisation discoveries and their significance*.

Suivent ensuite un groupe de fascicules que nous avons qualifiés de « pratiques » : il s'agit en quelque sorte de manuels destinés à l'exercice de domaines d'application très spécialisés. Puis, un ensemble hétéroclite de volumes d'un statut plus ambigu, soit qu'ils portent sur des thématiques transdisciplinaires plus difficiles à classer, soit qu'ils aient une nature vraiment différente de tous les autres fascicules parce qu'ils sont en phase au moment de leur publication à la fin des années 1930 avec la recherche de pointe en probabilités, dont nous avons déjà dit combien elle avait évolué depuis la naissance du projet borélien. Et enfin, nous avons isolé le volume conclusif de Borel en raison du rôle particulier qu'il joue dans le *Traité*, à la fois point d'arrêt en forme de testament et marque d'une demi-victoire de la croisade probabiliste de son concepteur.

3.1 Des cours

Le premier ensemble comprend donc une série de transcriptions de cours. Quatre d'entre eux sont tirés d'enseignements de Borel lui-même. Nous ignorons si les rédacteurs ont pris eux-mêmes les notes comme le suggère Maurice Fréchet ou si Borel leur a fourni du matériel, de même que nous n'avons guère de détail sur les rôles respectifs des rédacteurs et de Borel dans la rédaction finale (sauf peut-être pour le volume avec Francis Perrin). L'implication de Borel, au-delà de l'enseignement, reste ainsi assez mystérieuse.

Tome 1, fascicule 1, *Principes et formules classiques du calcul des probabilités* par Émile Borel et rédigé par René Lagrange (1925).

Ce fascicule est la rédaction de René Lagrange d'un cours donné par Émile Borel à la faculté des sciences de Paris en 1922 comme Borel lui-même l'indique dans la préface de Borel et Lagrange (1925). Il n'y a pas de public explicitement visé, mais sans doute, vu le caractère élémentaire de l'ouvrage, le lectorat est-il plus large qu'un ensemble d'étudiants de mathématiques.

Le fascicule reprend une distinction classique chez Émile Borel entre probabilités discontinues ou finies, probabilités dénombrables et probabilités continues ou géométriques. Le premier chapitre propose une seconde catégorisation en problème du premier ordre, c'est-à-dire la détermination de la probabilité d'un événement, et problème du second ordre, c'est-à-dire « des problèmes dont les événements sont des probabilités du premier ordre » (p. 5) et qui en pratique consiste essentiellement en la détermination de la loi de l'écart à la valeur probable (au sens de l'espérance). L'organisation du fascicule correspond à une articulation de ces deux catégorisations. Le chapitre 2 traite des problèmes du premier ordre en trois paragraphes correspondant aux trois types de probabilités. Il est composé d'une série de problèmes portant sur la détermination de la probabilité d'événements qui ne prétendent pas à un haut niveau de généralité, mais qui ont plutôt une vertu pédagogique pour saisir la méthode générale.

Les chapitres 3 et 4 traitent des problèmes du deuxième ordre. Plus précisément, le chapitre 3 traite de probabilités discontinues et donne pour l'essentiel une démonstration du théorème de Bernoulli en commençant par montrer la formule de Stirling utilisée pour estimer la probabilité de k succès de probabilité p parmi n tirages pour n suffisamment grand. Borel donne des applications numériques et termine le premier paragraphe par une démonstration de la loi des grands nombres. La deuxième partie est consacrée aux problèmes de deuxième ordre : « nous nous demandons maintenant quelles sont les diverses répartitions possibles des écarts x, pour un très grand nombre N de parties, comportant chacune 2×10^6 coups de pile ou face ». Le chapitre 4 est également organisé autour de problèmes avec une approche asymptotique pour établir des lois de probabilités à densité, en l'occurrence la loi exponentielle. Le cinquième chapitre traite du jeu de pile ou face « dont le principe est si simple, possède un très grand caractère de généralité, et conduit lorsqu'on l'étudie en détail, aux mathématiques les plus élevées. ». Il n'y a pas, contrairement aux quatre chapitres précédents, de référence explicite à un type de probabilité ou à un type de problème. Borel étudie assez complètement le jeu de pile ou face en examinant d'abord le cas d'une mise infinie puis celui d'une mise finie et sur la ruine du joueur. Il mobilise des raisonnements inédits dans l'ouvrage en faisant appel à des représentations graphiques des marches aléatoires en lignes brisées, et introduit en particulier des questions de stratégie de jeu.

Le dernier et sixième chapitre est intitulé « Statistique » et traite de deux questions principales. Tout d'abord, Borel cherche à caractériser ce qu'il appelle « les fonctions de la statistique » qui correspondent aux fonctions de répartition empiriques. Il expose alors le problème des moments, pour étudier les cas où l'on peut déduire la loi de probabilité de la mesure des écarts et de leurs moments successifs. Borel annonce très explicitement qu'il ne prétend pas traiter le cas général, mais se limiter à un cas particulier plus simple qu'il emprunte à Stieltjes. Ce dernier consiste à chercher une fonction f non décroissante, en escalier, définie sur les réels positifs dont on connaît les moments jusqu'à un ordre donné.

Le fascicule se termine sur trois notes. Les deux premières relatent des recherches de Tchebychef. Une première concerne le problème des moments et montre en particulier l'inégalité de Tchebychef, la deuxième porte sur les polynômes orthogonaux et en particulier ceux relatifs à la densité gaussienne que sont les polynôme d'Hermite et Tchebychef. La troisième note est une brève note bibliographique où il donne des références sur différents travaux de Pólya, Tchebychef et Markoff.

Tome 2, fascicule 1, *Applications à l'arithmétique et à la théorie des fonctions*, par Émile Borel et rédigé par Paul Dubreil (1926).

Ce fascicule est la rédaction de Paul Dubreil d'un cours de Borel à la faculté des sciences de Paris. Comme pour le volume précédent, il n'y a pas de public explicitement visé, mais le niveau général limite sans doute l'accès à des personnes n'ayant pas une culture mathématique assez avancée.

Le fascicule est composé de cinq chapitres complétés par quatre notes. Les premier et troisième chapitres portent sur des propriétés des nombres suivant les différentes bases de numération en utilisant des arguments d'ensembles de probabilité nulle dans l'esprit inauguré par Borel dans Borel (1909), et reprend en particulier les résultats sur les nombres normaux. Le deuxième chapitre porte sur les probabilités dénombrables suivant trois types de problèmes : infinité dénombrable d'expériences à un nombre finie d'issues, nombre fini d'expériences à infinité dénombrables d'issues possibles et enfin infinité dénombrable d'expériences à une infinité dénombrable d'issues possibles. Le quatrième chapitre propose des applications des résultats sur les probabilités dénombrables aux fractions continues, et le dernier propose des compléments concernant la notion de mesure nulle et le principe de Zermelo.

Tome 2, fascicule 2, *Probabilités géométriques* par Robert Deltheil (1926).

L'ouvrage contient la matière des enseignements faits par Robert Deltheil dans le cadre du cours Peccot au Collège de France de l'année 1922–1923, qui lui-même reprend son sujet de thèse. Compte-tenu du niveau mathématique, un bagage technique certain est ici attendu du lecteur.

Le premier chapitre expose les notions élémentaires en probabilités dans le cadre discontinu puis dans le cas des probabilités continues et se termine par la méthode des fonctions arbitraires de Poincaré. Le deuxième chapitre porte sur les mesures de probabilités invariantes par certains groupes de transformations, en particulier des groupes de transformations continues dont il fait une brève présentation. Les chapitres suivants s'intéressent, respectivement, à des problèmes de position relatifs à des points, à des droites sur un plan puis à des problèmes dans l'espace. Le sixième et dernier chapitre, prolongeant les travaux initiés par Borel dans ses études de mécanique statistique porte sur des problèmes sur les sphères en dimension quelconque. Rappelons à ce sujet que c'est Deltheil, alors élève à l'École normale, que Borel avait exploité pour la rédaction de la première partie de son ouvrage Borel (1914a).

Tome 2, fascicule 3, *Mécanique statistique classique*, par Émile Borel et rédigé par Francis Perrin, (1925)

Le fascicule est tiré d'un cours donné par Borel à la faculté des sciences de Paris en 1920-1921. Borel insiste dans sa préface pour décrire la relation avec Francis Perrin comme « une véritable collaboration, par les additions et nombreux perfectionnements qu'il a apportés au texte primitif de ses notes de cours. » Le lectorat visé n'est pas explicitement mentionné. Mais un bagage mathématique autant que physique semble nécessaire à une bonne compréhension de l'ensemble.

La place de ce sujet dans le *Traité* est justifié dans l'introduction où il décrit la mécanique statistique comme l'application du calcul des probabilités aux questions mécaniques portant sur des systèmes constitués d'un grand nombre de systèmes partiels analogues. L'enjeu mathématique est alors d'exposer les méthodes de la mécanique statistique, ce qui est fait en traitant la théorie cinétique des gaz. Borel prolonge là son premier grand travail probabiliste de 1906 ; nous avons expliqué dans la première partie combien cette réflexion sur la mécanique statistique avait été cruciale dans l'évolution de la pensée borélienne en le plaçant dans l'héritage de Poincaré en même temps qu'elle l'en écartait pour suivre sa propre voie. On peut ainsi faire l'hypothèse que ce volume ait eu une valeur symbolique particulièrement forte pour Borel, ce qui peut en partie expliquer qu'il l'ait réservé à Francis Perrin.

Dans un premier temps, Borel définit le cadre probabiliste en établissant la loi de probabilité utilisée en mécanique statistique qui a les propriétés d'être conservative dans le temps et invariante par changement de coordonnées. L'objectif est ensuite de déterminer l'état le plus probable et d'expliquer comment le gaz tend vers cet état. Borel donne également une explication mécaniste à certaines grandeurs : pression, température, chaleur spécifique, entropie. Il s'agit également de donner un cadre explicatif à la diffusion d'un gaz.

Tome 3, fascicule 2, *Application aux jeux de hasard* par Émile Borel rédigé par Jean Ville (1938).

Cet ouvrage est présenté comme nécessaire à la complétude du *Traité* sur le sujet du calcul des probabilités et de ses applications. Il s'agit d'une rédaction proposée par Jean Ville du cours donné par Émile Borel à la faculté des sciences de Paris dans l'année 1936-1937. La rédaction de l'ouvrage suit une méthode explicitée dans la préface : « traiter quelques problèmes très particuliers, en ayant surtout le souci d'indiquer des méthodes qui puissent être généralisées et appliquées à l'étude complète des divers jeux usuels. » et rappellent l'approche didactique du volume rédigé par Lagrange. Aucun lectorat n'est explicitement visé, mais, comme pour le fascicule rédigé par Lagrange, seule une connaissance de mathématiques élémentaires (manipulation de dénombrement) suffit à aborder le texte.

Le volume est consacré aux jeux de hasard mathématisables, ce qui selon Borel, se limite aux seuls jeux de cartes dans la mesure où la configuration du jeu existant n'est pas déterminante dans le déroulement du jeu ; ainsi l'auteur peut-il envisager un jeu de k couleurs de n cartes chacune. Il fera une entorse à cette remarque en traitant également le cas des jeux de dés.

Le fascicule est structuré en cinq chapitres suivis de trois notes. Il va en progression des jeux de « hasards purs » vers des jeux « où intervient l'habileté du joueur ». L'intérêt de l'auteur pour ces derniers est sans doute exprimé dans l'affirmation que « les problèmes rencontrés dans la théorie des jeux où intervient l'habileté du joueur présentent beaucoup d'analogie avec ceux qui se posent dans l'étude des phénomènes économiques » (p. x) et plus précisément, le problème de stratégie dans un environnement aléatoire.

Les jeux de hasard purs sont systématiquement liés au jeu de dés qui sont le sujet des deux premiers chapitres. Le travail consiste ici à dénombrer les parties possibles pour déterminer les probabilités de gains. Le deuxième chapitre traite du problème des partis de Pascal que Borel généralise suivant plusieurs directions : le nombre de point à faire pour gagner le jeu, le nombre de points qu'un joueur peut gagner par tour, les probabilités des gains et de pertes à chaque tour. Il s'intéresse également à l'avantage donné par le fait de l'alternance de tours.

Le dernier paragraphe du premier chapitre montre que l'on peut envisager des problèmes de stratégies avec des jeux de dés en évoquant le jeu des quatre opérations. Mais il se contente de conseil de « bon sens ». Les problèmes liés aux jeux de cartes sont eux plus systématiquement associés à l'habileté du joueur. Il laisse de côté les questions de répartitions des cartes dans le jeu, pour se concentrer sur les questions de probabilité *a posteriori*. Les problèmes typiques qu'il cherche à résoudre sont, étant donné un jeu de cartes répartis en plusieurs tas, de déterminer la probabilité qu'une carte se trouve dans un des tas de carte connaissant un ou plusieurs autres tas. Néanmoins il termine ce chapitre sur le problème des impasses qui ne fait intervenir que le hasard.

Le quatrième chapitre aborde les problèmes où la « psychologie » des joueurs est fondamentale. L'idée est dans ce chapitre de passer à des variables continues. Il explicite l'existence d'un lien avec les jeux de stratégie et avec les questions économiques de répartition optimum des effectifs. Le dernier chapitre est dédié au jeu de poker et donne lieu a une première forme de formalisation d'une stratégie. Ce travail est prolongé par une note de Jean Ville sur un théorème attribué à von Neumann sur l'existence d'une stratégie optimale. Une note de Borel suit immédiatement celle de Ville pour souligner que ce résultat ne peut pas être appliqué dans la réalité. Sur le problème de l'application, Borel rédige une deuxième note, concernant l'imitation du hasard (nécessaire dans certaines stratégies présentées) et propose deux méthodes : faire un tirage au sort ou penser à une phrase et en compter les lettres.

Tome 2, fascicule 5, *Mécanique statistique quantique*, par Francis Perrin, (1939).

Le fascicule est la deuxième contribution de F. Perrin au projet du *Traité*. Il est aussi le seul fascicule à se rapporter au courant théorique des quanta. L'ouvrage rassemble l'essentiel de l'enseignement qu'il a fait à la Sorbonne entre 1933 et 1939. Cela est précisé par Perrin lui-même dans ses Notices des travaux scientifiques. Le livre n'a ni préface, ni introduction et la bibliographie est très succincte, constituée par une liste de six ouvrages à la fin du livre. Les sujets ne sont pas traités de manière exhaustive, et l'ouvrage manque d'une certaine portée pédagogique.

Borel avait initialement prévu de préparer en collaboration avec Francis Perrin ce fascicule sur les « Applications aux théories physiques actuelles », mais il lui laisse la main dans les années 1930 sans laisser des traces sur ces motivations.

La première partie est consacrée à la mécanique statistique classique et reprend un certain nombre de résultats présentés dans le fascicule 3 du même tome. Il traite en plus des systèmes ergodiques, parle également de système couplé à un thermostat, de température absolue, du rayonnement isotherme. Les deux parties suivantes sont dédiées à la nouvelle physique quantique et reprennent un certain nombre de thèmes traités par Langevin en 1927 dans son cours au Collège de France [68]. Les méthodes statistiques de la mécanique classique sont transférées vers ce nouveau cadre, et permettent de montrer que la loi de répartition dans l'état le plus probable suit également la loi de Boltzmann et que celle des vitesses suit également la loi de Maxwell. La véritable innovation par rapport à la mécanique classique apparaît dans la dernière partie, puisqu'elle porte sur des particules indiscernables (typiquement, le photon). L'intérêt est de traiter les électrons libres d'un métal comme un gaz d'électron, de traiter les interactions entre photon et atomes comme des chocs avec absorption ou émission.

3.2 Des fascicules pratiques

Tome 1, fascicule 2, *Erreurs et moindres carrés* par René Deltheil (1930).

Il s'agit d'un fascicule qui se veut didactique sur les méthodes concernant les erreurs d'observations et la méthode des moindres carrés. Il prend assez clairement, jusque dans son titre, la succession de l'ouvrage écrit en commun par Borel et Deltheil quelques années plus tôt en y intégrant une meilleure armature mathématique. Il ne s'agit pas d'un enseignement et le lectorat n'est pas mentionné, cependant, les outils mathématiques mobilisés nécessitent un bon niveau de mathématiques et semble donc s'adresser en premier lieu à des étudiants scientifiques ou des scientifiques.

Le fascicule se décompose en trois parties. La première partie commence par aborder les probabilités des causes et la formule de Bayes. Deltheil examine ensuite la notion de loi de probabilité d'une variable éventuelle et pose le problème de la détermination d'une loi de probabilité. Il traite d'abord de la méthode des moments en se référant à Tchebychef (et en admettant faire double emploi avec le volume de Lagrange). Il traite ensuite des fonctions caractéristiques. On note en souriant que l'auteur reprend la terminologie et fait référence à Paul Lévy de façon explicite quand on se rappelle que Lévy, dans la préface de son livre de 1925, s'en était pris personnellement avec véhémence aux auteurs de Borel et Deltheil (1923) qui émettaient des réserves sur l'usage de méthodes analytiques sophistiquées pour démontrer des résultats probabilistes quand « des arguments de bon sens suffisent ». Il termine sa première partie en posant le problème des erreurs liées aux observations.

La deuxième partie est consacrée à la loi de Gauss. Deltheil commence par en

68. M. C. Bustamante, 1997, « Jacques Solomon (1908-1942) : Profil d'un physicien théoricien dans la France des années trente ».

décrire les propriétés générales : densité, moments de tous ordres, combinaison linéaires de gaussiennes. Il consacre ensuite trois chapitres à la « justification » de la loi de Gauss tout d'abord en reprenant et en discutant la démonstration donnée par Gauss, puis en utilisant la méthode des moments et enfin en utilisant la méthode des fonctions caractéristiques. Il termine sur l'application à des observations directes et indirectes.

La troisième partie est consacrée à la méthode des moindres carrés. Il n'y est plus vraiment question de probabilité puisqu'il s'agit d'approcher au mieux un ensemble de données expérimentales par une fonction. Deltheil prend soin de toujours donner des applications numériques et d'estimer l'erreur dans chaque cas abordé.

Tome 3, Fascicule 1, *Assurances sur la vie, Calcul des primes* par Henri Galbrun (1924).

Il s'agit du premier opus d'une impressionnante série de cinq fascicules qui donne un peu l'impression que Borel a renoncé à brider l'énergie torrentielle qu'Henri Galbrun tire de sa nouvelle carrière d'actuaire à la Banque de Paris et des Pays-Bas, et qui semble lui donner l'envie de saisir l'occasion du projet borélien pour rédiger et transmettre ses découvertes sous cette forme. On peut se demander ce qui a poussé Borel à laisser à Galbrun une telle place dans le *Traité*, au risquer de le déséquilibrer d'une manière un peu surprenante. Borel n'étant pas homme à se laisser dicter sa conduite, on doit admettre qu'il y avait là un calcul. Devant l'ampleur des questions économiques qui s'étaient abattues sur l'Europe au lendemain de la guerre, Borel avait peut-être jugé qu'il s'agissait d'un thème majeur dont les mathématiques de l'aléatoire devaient s'emparer, et il encouragea la fougue de son jeune collègue. En outre, Galbrun est de fait l'unique auteur qui n'appartienne pas au cercle strictement académique. L'homme de réseau qu'était Borel ne dédaignait sans doute pas d'avoir une entrée dans les milieux économiques par ce biais.

Ce fascicule est divisé en huit chapitres et se termine sur une note sur les probabilités de décès et la loi des erreurs. Les trois premiers chapitres présentent les outils nécessaires au travail de l'actuaire, les cinq derniers étudient les différents types de contrats d'assurances sur la vie. Le premier chapitre présente le modèle mathématique de base. Galbrun commence par introduire la notion de valeur actuelle d'un capital : un individu A détenteur d'un capital C en cède l'usufruit à un individu B pendant une période donnée de temps T au bout de laquelle il doit rembourser le capital C dans son intégralité ; l'individu B peut investir dans un placement au taux d'intérêt i ; si l'individu B souhaite rembourser l'individu A au bout d'une période $t < T$ alors il est en droit de ne rembourser qu'une somme $C_t < C$ telle que cette somme investie sur la période restante par l'individu A au taux d'intérêt i atteigne la valeur du capital initialement prêté. La valeur C_t s'appelle la valeur actuelle du capital C au taux d'intérêt i à la date t.

Dans la pratique des assurances, l'échéance du versement dépend d'un événement fortuit et Galbrun traite principalement du cas de la mort d'un individu. Il propose le modèle général de l'assurance vie : un individu verse une redevance à une compagnie d'assurance jusqu'à ce qu'un événement aléatoire défini par le contrat se réalise et à partir duquel la compagnie d'assurance verse un montant fixe. L'auteur relève un paradoxe dans le fait que la compagnie s'engage sachant qu'elle ne peut rien savoir de la date d'arrivée de l'événement aléatoire. Pour montrer que le paradoxe n'est qu'apparent, Galbrun expose le théorème Bernoulli et surtout le « théorème de Tchebicheff ». À chaque échéance, l'arrivée de l'événement aléatoire est modélisée par le tirage d'une boule noire dans une urne contenant des boules noires et blanches. Si au lieu d'avoir un seul assuré, la compagnie en a un très grand nombre, le théorème de Bernoulli permet d'estimer la probabilité pour qu'un certain nombre d'entre eux tirent une boule noire. Elle est donc en position d'estimer son gain probable et en particulier les primes d'assurances à réclamer pour que le gain soit positif. L'inégalité de Tchebicheff, dont Galbrun se sert sans donner d'énoncé, permet de trouver un intervalle de confiance.

Concernant l'assurance sur la vie, il est donc nécessaire d'avoir une idée de la probabilité qu'à un âge x l'individu vive jusqu'à l'âge $x+t$, qu'il note $p(x,t)$. Pour ce faire, l'actuaire utilise des tables de mortalité, c'est-à-dire des statistiques, assimilées à des probabilités. Le chapitre 2 expose le principe d'une table de mortalité, les différents éléments présents dans la table ainsi que des outils utiles comme la loi de survie et les moyens de calculs de la probabilité $p(x,t)$. Il passe en revue, dans le troisième chapitre, plusieurs méthodes d'interpolation et de calcul numérique appliquées à la mortalité.

À partir du chapitre 4, Galbrun propose d'étudier différents types de contrats en faisant intervenir des variantes. Le chapitre 4 introduit les deux éléments fondamentaux de l'assurance sur la vie : le capital différé et les annuités viagères dont il est nécessaire de pouvoir évaluer une valeur probable. Les chapitres 5 et 6 traitent de l'assurance-décès dans le cas d'un individu et d'un groupe d'individus, le chapitre 7 traite des assurances et des rentes de survie, cependant que le chapitre 8 aborde différentes combinaisons de contrats élémentaires. Dans tous les cas, l'enjeu mathématique porte sur des méthodes numériques d'évaluation d'une intégrale et sur l'évaluation des erreurs en utilisant le théorème de Bernoulli et l'inégalité de Tchebicheff.

On peut noter que Galbrun n'explicite pas le profil du lecteur envisagé mais au moins deux éléments peuvent faire penser qu'il s'adresse à des actuaires (ou souhaitant se former à l'actuariat). D'une part le jargon technique est omniprésent. Mais surtout les résultats théoriques obtenus sont systématiquement discutés au regard des conditions pratiques : tables de mortalité disponibles (dans différents pays, présentant différents critères), législation (dans différents pays d'Europe) et pratiques en vigueurs dans différentes compagnie d'assurances.

Tome 3, fascicule 2, *Assurances sur la vie, Calcul des réserves* par Henri Galbrun (1927).

Le fascicule s'inscrit dans la continuité explicite du fascicule précédent comme le mentionne une note de l'auteur, mais aussi de façon implicite, la reprise de la terminologie et des notations. En outre, Galbrun justifie dans une note la place des mathématiques dans son *Traité* (peut-être suite à des critiques reçues précédemment ?) : « il a paru, en effet que dans un tel ouvrage, on ne pouvait se contenter d'exposer la théorie des réserves mathématiques [...] en traitant seulement quelques exemples de contrats particulièrement simples. Ce procédé est suffisant pour donner une notion du fonctionnement de l'assurance sur la vie, ainsi que les moyens d'exécuter les calculs usuels. Il n'a pas semblé qu'il pût convenir dans un traité, dont le lecteur est en droit de penser qu'il y trouvera une description détaillée des rapports existant entre les théorèmes des probabilités et les procédés comptables imaginés en vue d'établir les résultats financiers des paris souvent complexes engagés par les compagnies d'assurances sur la vie. »

La lecture du fascicule confirme cette volonté de justifier des pratiques des actuaires par des raisonnements mathématiques. Le premier chapitre traite du problème de l'évaluation d'un bénéfice pour la compagnie d'assurance à une date donnée. Pour ce faire Galbrun établit l'équation fondamentale relative au solde des versements :

$$m(x)(1+i)^{\theta} = n_{\theta}(x) + p(x,\theta)m_{\theta}(x)$$

où $m(x)$ est la valeur probable de l'excès de versement, $n_{\theta}(x)$ est la valeur probable des différents versements exigibles du fait du contrat depuis son origine jusqu'à l'époque θ, i est le taux d'intérêt, $p(x,\theta)$ est la probabilité que l'individu d'âge x vive pendant une période θ et $m_{\theta}(x)$ est la valeur probable des différents versements. L'inégalité de Tchebicheff est de nouveau l'outil essentiel de la réflexion car elle permet à l'auteur d'affirmer avec « quasi-certitude » qu'une valeur aléatoire est voisine de sa valeur probable. Galbrun conclut que pour un nombre de contrats suffisamment grand, pourvu que pour chacun d'eux le capital ou la rente reste inférieur à un certain seuil, la valeur actuelle de l'excès des sommes que la compagnie recevra réellement dans l'avenir reste voisine de sa valeur probable. Or cette somme est négative (les dépenses à venir sont supérieures aux primes versées) et nécessite donc la constitution d'une réserve égale à l'opposé de la valeur probable de l'excès des sommes. Le problème que traite l'ouvrage est alors un problème pratique : quelles sont les méthodes pour calculer le solde et les réserves ? En exprimant de plusieurs façons les quantités à calculer dans les trois premiers chapitres, il peut terminer par six chapitres donnant des méthodes de calcul en fonctions des données disponibles.

Tome 3, fascicule 4, *Théorie mathématique de l'assurance invalidité et de l'assurance nuptialité, définitions et relations fondamentales* par Henri Galbrun (1933).

Le fascicule s'inscrit encore dans la continuité des deux premiers fascicules de Galbrun. L'enjeu mathématique est de définir les outils d'analyse d'un modèle plus complexe que celui de l'assurance-vie. En effet, on considère ici des individus dans une classe A qui peuvent en sortir soit en mourant, soit à la suite d'un événement aléatoire défini (invalidité ou mariage) qui les fait entrer dans une classe captive B. Pour l'essentiel, l'ouvrage établit des formules en vue de pouvoir calculer certaines probabilités et valeurs probables en fonction des données disponibles.

Tome 3, fascicule 5, *Théorie mathématiques de l'assurance invalidité et de l'assurance nuptialité, calcul des primes et des réserves* par Henri Galbrun (1933).

De nouveau prolongement du volume précédent, ce fascicule termine le travail concernant les assurances invalidité et nuptialité en abordant le calcul des primes et des réserves qu'il mène en reprenant explicitement les mêmes méthodes (voire les mêmes calculs) que ceux présentés dans le deuxième volume.

Tome 3, fascicule 6, *Théorie mathématique de l'assurance maladie*, par Henri Galbrun (1934).

Ce fascicule clôt l'ensemble rédigé par Galbrun en abordant un cas où le modèle est le plus élaboré. Galbrun distingue trois classes A, B et un cimetière, et quatre événements aléatoires : moment de passage de la classe A à B, moment de passage de la classe B à A, moment de la mort dans A, moment de la mort dans B. L'originalité du fascicule est la présence d'équations intégrales, dite de Volterra, dans la détermination des probabilités des quatre événements précédents se présentant sous la forme (et d'après les notations de l'auteur)

$$f(x,y) = k(x,y) + \int_x^y k(x,\alpha) f(\alpha,y)\,\mathrm{d}\alpha$$

où f est la fonction cherchée, c'est-à-dire la densité de la probabilité qu'un individu d'âge x passe dans une autre classe à l'âge y. L'étude de l'équation n'est pas menée de façon systématique. Il termine en déroulant les conséquences des contrats et des probabilités qu'il a ainsi calculé en déterminant la valeur probable des engagements.

Tome 4, fascicule 1, *Applications au tir* de Jules Haag (1926).

Le fascicule de Jules Haag est consacré à l'application des probabilités aux tirs. Paru parmi les premiers, et donc quand la guerre est encore proche, il est clairement lié aux travaux de Haag sur la balistique à la commission de Gâvres, comme nous l'avons mentionné dans la partie précédente. L'ouvrage révèle des enjeux de nature mathématique autant que technique, enjeux au demeurant inséparables qui organisent clairement le volume sous forme de contraintes mathématiques et pratiques se répondant les unes les autres. L'auteur s'attache d'abord à justifier l'usage des probabilités, ce qu'il fait en empruntant à Laplace l'argument des petites causes, avant d'en déterminer les limites, en explicitant qu'on ne peut tirer de cet examen qu'une connaissance approximative. Le thème de l'approximation, tellement en phase avec la philosophie des mathématiques de Borel, est récurrent tout au long de l'ouvrage, en particulier dans les implications pratiques. En effet, Haag insiste sur le fait qu'il est empiriquement impossible de vérifier la loi des grands nombres de Bernoulli du fait de biais subis ou engendrés lors d'un tir prolongé dans le temps sur le système physique constitué du système de tir (artillerie, fusil) et de l'atmosphère ; le passage de la fréquence à la probabilité n'est donc qu'une première approximation.

Par ailleurs, le milieu naturel du tir étant à deux dimensions (tir percutant sur une cible) ou à trois (tir fusant, c'est-à-dire tir de projectiles qui explosent après un certain temps), prenant en compte le modèle de la théorie des erreurs, Jules Haag se propose de déterminer une généralisation de la loi de Gauss aux dimensions deux et trois. Bien qu'il ne le présente pas exactement ainsi, le souci d'énoncer une règle pratique le conduit à associer une représentation géométrique à la loi de Gauss en terme d'ellipse ou d'ellipsoïde qui permettent la constitution de gabarits utiles pour évaluer la justesse du tir en minimisant le temps de préparation de l'artillerie. Jules Haag note qu'il est encore une fois impossible de vérifier expérimentalement le théorème de Gauss (théorème central limite) pour les mêmes raisons que précédemment : le tir prolongé ne pouvant échapper à certains biais. La loi de probabilité des impacts est donc inconnue et (surtout) ne peut être déterminée expérimentalement. On touche donc là à une seconde approximation ; la loi de Gauss est utilisée pour mener à bien des calculs mais engendre des erreurs. Le troisième enjeu mathématique est alors d'estimer ces erreurs. Ce problème se retrouve systématiquement dans les cinq derniers chapitres ainsi que dans les trois notes de fin d'ouvrage. L'estimation se fait en termes de loi de probabilité et utilise la règle de Bayes avec les deux hypothèses que les impacts se répartissent suivant la loi de Gauss et la probabilité *a priori* uniforme. Les paramètres sur lesquels les erreurs sont systématiquement étudiées sont le point moyen d'impact et les écarts probables à ce point moyen. Notons que la définition du point moyen n'est pas unique. La moyenne arithmétique et la médiane sont les deux concepts systématiquement évoqués. La détermination des erreurs permet en outre à l'auteur de hiérarchiser les différentes méthodes d'un point de vue mathématique, mais cette hiérarchie est pondérée par la mise en pratique qui mobilise des problèmes matériels spécifiques comme le temps de mise en œuvre ou la nature des observations possibles.

Les enjeux pratiques sont articulés autour du problème de la coïncidence du point moyen, considéré comme le point probable d'impact, avec un objectif donné.

Haag cherche en particulier à donner une justification mathématique des instructions en vigueur en vue d'optimiser le tir. Le haut degré de technicité et le souci de coller à des réalités de terrain se reflètent clairement dans les références bibliographiques essentiellement militaires, et les discussions que l'auteur mène sur la validité des méthodes en vigueur rendent bien compte de la familiarité avec (et sans doute aussi de l'intérêt pour) le matériel et son utilisation que Haag a pu approfondir à Gâvres.

3.3 Des fascicules au statut plus incertain

Tome 1, fascicule 4, *Les principes de la statistique mathématique*, par René Risser et Claude-Émile Traynard (1933).

Le public visé par ce fascicule est tout autant celui des étudiants que ceux qui ont à manipuler des documents statistiques. Ce fait semble assez bien confirmé par le souci des auteurs de développer au maximum les calculs et par la multiplication des exemples numériques et des remarques d'ordres pratiques sur les méthodes d'analyse statistique. Néanmoins il est à noter qu'il est fait usage de notations que les auteurs n'explicitent pas dans l'ouvrage en renvoyant systématiquement aux auteurs auxquels elles sont empruntées. Peut-être Risser et Traynard considèrent-t-ils que ces textes font partie de la culture scientifique de base de leur lectorat (ce qui donne une idée de sa délimitation), à moins que ce ne soit une réelle invitation à les consulter. Dans tous les cas, il est notable que ce fascicule ne se suffit pas à lui-même comme manuel pratique. L'introduction mentionne un changement profond dans le domaine d'application de la statistique et dans ses méthodes. Le livre se présente ainsi sous la forme d'une synthèse, divisée en deux parties. La première développe des méthodes pour trouver des constantes permettant de résumer une série statistique. Les auteurs explorent donc différentes constantes : moyenne, médiane, quartiles. La deuxième partie s'intéresse quant à elle à la corrélation et au traitement de séries doubles en insistant sur le rôle de la statistique dans la détermination d'une dépendance entre deux variables aléatoires. Le fascicule se termine sur deux notes complémentaires. La première est un compte-rendu des travaux présentés par Steffensen lors de sa deuxième conférence à l'IHP. L'autre, un résumé des conférences données par Guldberg à l'IHP. Dans les deux cas, les auteurs assurent d'ailleurs avoir utilisé les notes des conférenciers [69].

Tome 2, fascicule 4, *Application de la théorie des probabilités à l'astronomie*, par Carl V. L. Charlier (1931).

Nous avons donné dans la partie précédente un certain nombre d'informations sur la genèse de ce volume par le doyen du groupe et seul étranger. Charlier ne

69. Au sujet de ces conférences, on pourra trouver des détails dans CATELLIER et MAZLIAK, 2012, « The emergence of French probabilistic statistics. Borel and the Institut Henri Poincaré around the 1920's ».

précise pas dans son fascicule si l'ouvrage correspond à un enseignement, cependant certains thèmes abordés (notamment ceux du chapitre 4) ont fait l'objet d'enseignements en Suède à Lund ou aux États-Unis à Berkeley. Charlier a d'ailleurs beaucoup différé l'écriture de son volume. La correspondance avec Borel montre qu'il avait accepté immédiatement en 1923 la proposition de son collègue français. En 1927, il écrit qu'il aurait bientôt le temps de s'en occuper, mais comme on le voit l'affaire va encore traîner quelque peu. Par ailleurs le fascicule n'est pas une synthèse des applications possibles et ne traite que quelques problèmes que l'auteur juge intéressants. Il est divisé en quatre chapitres. Le premier est dédié au mouvement des comètes. L'objectif est de discuter de la probabilité qu'une comète visible ait une orbite elliptique en fonction des hypothèses faites sur la répartition des vitesses. Cette étude permet en outre de discuter les résultats contradictoires obtenus par Laplace et Schiaparelli : le premier ayant démontré que la probabilité pour une comète d'avoir une orbite elliptique est égale à 1, le second ayant montré qu'elle est égale à 0. Le deuxième chapitre est consacré à la perturbation mutuelle de deux planètes. Se référant à ses prédécesseurs, Charlier formule ce problème en termes d'une série dépendant d'un paramètre ν, et le résout en suivant une méthode proposée par Gyldén dans un cas similaire ; la démarche consiste à déterminer la probabilité de convergence d'une série pour un ν choisi arbitrairement. Le troisième chapitre, plus technique que les autres, traite de certaines séries en vue de préparer au quatrième qui utilise deux résultats de la mécanique statistique (théorèmes de Boltzmann et de Maxwell) pour étudier la répartition des vitesses des étoiles.

Tome 3, fascicule 3, *Applications de la statistique à la démographie et à la biologie* par René Risser (1932).

Il n'est pas précisé ici s'il s'agit d'un fascicule tiré d'un cours, mais le grand nombre de références bibliographiques laisse penser que l'ouvrage est une synthèse. Étrangement, pour un texte appartenant à un *Traité* sur la théorie des probabilités et ses applications, René Risser insiste surtout sur des méthodes qui n'ont rien à voir avec la stochastique. Il consacre notamment une grande place aux méthodes liées à la résolution des équations intégro-différentielles dont la théorie fut appliquée par Vito Volterra à la biologie dans les années 1920. Plusieurs hypothèses sont envisageables pour expliquer ce traitement détaillé, mais il est probable que Borel n'ait pas vraiment laissé le choix à son aîné Risser. Quand le fascicule est publié en 1932, Volterra est définitivement devenu un pestiféré en Italie à la suite de son refus l'année précédente de prêter serment d'allégeance à Mussolini. Borel a toujours agi comme il a pu pour aider Volterra, l'invitant notamment à l'IHP pour faire des cours, et il ne lui déplaît sans doute pas de faire dans son *Traité* de la publicité pour son vieil ami, fût-ce au prix d'une petite distorsion sur la ligne éditoriale.

Le fascicule de Risser présente une synthèse de différents outils et résultats concernant la démographie et la biologie et se divise en quatre parties. La première aborde les méthodes pour établir les tables de mortalité et d'invalidité et expose celles les plus communément utilisées. L'étude se poursuit dans la deuxième partie avec deux modélisations de la mortalité : les lois de Makeham (déjà vues dans les volumes de Galbrun) et la formule de Thiele :

$$\ln V_x = P_{s-1}\left(\sqrt{x}\right) + b_1 a_1^{\sqrt{x}} + b_2 a_2^{\sqrt{x}} + \cdots$$

où V_x représente le nombre des vivants d'âge x, P_{s-1} est un polynôme de degré $s-1$. La troisième partie expose les modèles proposés par Voltera et Lotka sur les populations animales. La dernière partie aborde le problème d'ajustement de ces modèles aux données empiriques.

Tome 1, fascicule 3, *Recherches théoriques modernes sur la théorie des probabilités* par Maurice Fréchet. Premier Livre : Généralités sur les Probabilités. Variables aléatoires (1937). Deuxième Livre : Méthode des fonctions arbitraires, théorie des événements en chaîne dans le cas d'un nombre fini d'états possibles (1938).

Volume le plus singulier de tout le *Traité*, le fascicule (mot bien mal choisi pour les deux tomes volumineux de cet ouvrage, parus à un an d'intervalle) de Fréchet apparaît véritablement comme un livre indépendant à plus d'un titre, d'autant que l'auteur insiste sur sa volonté de garder un mode d'exposition « plus explicite » en vue du lectorat le moins avancé. Le contenu est clairement lié à différents enseignements faits par l'auteur à la faculté des sciences de Paris depuis presque dix ans (et on pourrait ajouter qu'ils prennent la suite immédiate de ses enseignements à Strasbourg). Borel s'était, dans son plan initial, gardé pour lui-même la rédaction du texte consacré aux « recherches modernes », mais, en partie à cause de ses innombrables autres activités, en partie parce qu'il sentait, en voyant les travaux de Paul Lévy et de Fréchet (dont il présentait note sur note à l'Académie des sciences) qu'il n'était plus tout à fait en phase avec le rapide développement de la discipline. Visiblement, Borel laissa carte blanche à son cadet pour organiser les choses comme il l'entendait et dans les dimensions qu'il souhaitait ; comme on l'a déjà dit, il se contenta seulement de créer une nouvelle collection de monographies dans laquelle il put publier le livre capital de Paul Lévy comme complément à l'ouvrage de Fréchet.

Fréchet rédigea donc un cours complet de probabilités modernes, avec un très fort accent mis sur la thématique probabiliste la plus importante des années 1930, les chaînes de Markov [70].

70. Seneta, 1981, *Non-negative Matrices and Markov Chains* ;
B. Bru, 2003, « Souvenirs de Bologne » ;
Havlova, Mazliak et Sisma, 2005, « Le début des relations tchécoslovaque vu à traver la correspondance Fréchet-Hostinsky » ;
Mazliak, 2007, « On the exchange between Hostinsky and Dœblin » ;
Barbut, Locker et Mazliak, 2014, *Lévy, Paul and Fréchet, Maurice : 50 years of correspondence in 107 letters*.

La première partie, brève (28 pages sur les 300), du premier livre revient sur les différentes définitions de probabilité d'un événement et les diverses extensions possibles du théorème des probabilités totales. La seconde partie est dédiée à la notion de variable aléatoire que Fréchet définit comme une fonctionnelle d'épreuves aléatoires. Elle se décompose elle-même en trois chapitres. Le premier aborde la notion de fonction de probabilité totale (ou fonction de répartition) que Fréchet relie aux considérations générales sur les fonctions monotones ; il poursuit sur des questions autour de la moyenne (moyenne, moyenne d'une somme, écart quadratique moyen) puis considère les questions relatives aux répétitions d'une épreuve. Un chapitre est consacré à l'inégalité de Bienaymé et ses déclinaisons, l'objectif étant d'avoir des inégalités en vue de déterminer des limites. Le dernier chapitre traite des différents modes de convergences, en lien notamment avec la topologie et la théorie des espaces abstraits que l'auteur a développée.

Si le deuxième livre n'est pas présenté comme lié à un enseignement, il est explicitement inscrit dans le travail de recherche de Fréchet et de représentants éminents de la communauté probabiliste des années 1930 comme Kolmogorov, Onicescu ou Hostinský et du très dynamique groupe de jeunes doctorants de Fréchet et Darmois à l'ihp, avec notamment Doeblin et Fortet [71]. Le livre prétend s'adresser à un lectorat qui n'est pas mathématicien de profession mais qui utilise régulièrement les probabilités, ce qui se traduit par une attention aux détails des explications et des calculs, ainsi que par différents niveaux de textes matérialisés par différentes tailles de caractères.

Ce deuxième tome est construit autour de ce que Fréchet appelle le problème de la « régularisation des probabilités » suivant deux directions : régularisation dans l'espace avec la méthode des fonctions arbitraires exposée dans la première partie, régularisation dans le temps avec les problèmes ergodiques liés aux probabilités en chaîne exposées dans la seconde partie. La première partie est extrêmement brève (6 pages sur un livre qui en compte 300) et se limite à expliciter la méthode sur l'exemple de la roulette. Depuis Poincaré, elle constituait un passage obligé pour toute exposé moderne de la théorie des probabilités afin d'échapper au pénible argument laplacien de raison insuffisante [72]. Fréchet la présente de la façon suivante.

Il considère un cercle divisé en $2n$ arcs, dont n sont de couleur rouge et de longueur R, et n sont de couleur noire et de longueur N. Les arcs sont repérés par leurs angles ; le n^{e} arc rouge correspondant à l'intervalle $[\theta_n^1;\theta_n^2]$ et le n^{e} arc noir correspondant à l'intervalle $[\theta_n^2;\theta_n^3]$. Fréchet se propose d'étudier le comportement asymptotique de la probabilité p_n de s'arrêter dans un arc rouge, le but du raisonnement étant de montrer que cette limite est une constante indépendante des hypothèses faites *a priori* sur la probabilité d'arrêt de la bille à tel ou tel endroit. Il

71. B. Bru, 2003, « Souvenirs de Bologne » ;
B. Bru et Yor, 2000, « W. Dœblin : Sur l'équation de Kolmogoroff » ;
Mazliak, 2007, « On the exchange between Hostinsky and Dœblin ».
72. Principe, 2008, « La réception française de la mécanique statistique » ;
Mazliak, 2015a, « Poincaré's Odds ».

suppose de ce fait que la probabilité pour la bille de s'arrêter dans un intervalle angulaire est donnée à travers une densité f *arbitraire*, quoique bornée et intégrable au sens de Riemann. Notant $m_k = \inf_{\theta_k^1 \leqslant \theta \leqslant \theta_k^2} f(\theta)$ et $M_k = \sup_{\theta_k^1 \leqslant \theta \leqslant \theta_k^2} f(\theta)$ les bornes de f sur le k^e arc rouge, et $m'_k = \inf_{\theta_k^2 \leqslant \theta \leqslant \theta_k^3} f(\theta)$ et $M'_k = \sup_{\theta_k^2 \leqslant \theta \leqslant \theta_k^3} f(\theta)$ les bornes de f sur le k^e arc noir, on obtient les deux inégalités

$$\sum_{1 \leqslant k \leqslant n} m_k R \leqslant p_n \leqslant \sum_{1 \leqslant k \leqslant n} M_k R$$

$$\sum_{1 \leqslant k \leqslant n} (m_k R + m'_k N) \leqslant 1 \leqslant \sum_k (M_k R + M'_k N)$$

Dans ces deux dernières inégalités, les bornes sont des sommes de Darboux convergentes vers 1 puisque la fonction f est Riemann-intégrable et d'intégrale égale à 1.

Fréchet suppose en outre que le rapport $\frac{R}{N}$ reste constant et considère les quantités $p'_n = \sum_{k=1}^n f(\theta_k^2) R$ et $S' = \sum_{k=1}^n f(\theta_k^2)(R+N)$. Il obtient alors immédiatement les deux inégalités suivantes

$$|p_n - p'_n| \leqslant \sum_{k=1}^n (M_k - m_k) R$$

et

$$|1 - S'| \leqslant \sum_{k=1}^n (M_k - m_k) R + (M'_k - m'_k) N.$$

Les sommes de Darboux convergeant vers la même limite, $\sum_{k=1}^n (M_k - m_k) R + (M'_k - m'_k) N$ tend vers 0 lorsque n tend vers $+\infty$ et a fortiori $\sum_{k=1}^n (M_k - m_k) R$ tend également vers 0. De ce fait, S' tend vers 1, p'_n tend vers $\frac{R}{R+N}$ et p_n et p'_n ont la même limite. Finalement

$$\lim_{n \to +\infty} p_n = \frac{R}{R+N}$$

Le résultat présenté par Fréchet n'a, en soi, rien de nouveau. Mais il est intéressant de prendre son exposition détaillée comme exemple pour se rendre compte du chemin parcouru en vingt-cinq ans depuis la deuxième édition du cours de Poincaré[73] qui date de 1912. La méthode des fonctions arbitraires pour la roulette y est exposée au chapitre VIII (n° 92), mais dans une présentation mathématique sensiblement moins formalisée, qui, dans l'esprit de Poincaré, convient davantage aux étudiants physiciens qu'à des mathématiciens. Le fascicule de Fréchet, lui, comporte toute la rigueur d'écriture souhaitable pour un cours de mathématiques et

73. Poincaré, 1912, *Calcul des probabilités*.

signale ainsi une fois de plus l'évolution du statut des probabilités dans le champ mathématique. En outre, on peut rappeler que c'est par la généralisation de la méthode de Poincaré pour résoudre le problème de l'aiguille de Buffon qu'Hostinský est « entré » en probabilités et qu'il a eu l'occasion de contacter Fréchet [74]. Les références de cette partie sont d'ailleurs un reflet exact de cette situation : Poincaré, Hostinský, Fréchet. C'est en tout cas, et de loin, la seconde partie sur les chaînes qui constitue le centre de gravité de l'ouvrage. La question centrale y est l'analyse du comportement asymptotique des probabilités de transition. Il ne s'agit clairement pas d'une tentative de synthèse de cette théorie tout juste conquise mais qui n'est encore que partiellement domptée (la thèse de Doeblin, soutenue la même année, constituera un pas important dans cette direction). Fréchet expose les différentes méthodes pour obtenir des théorèmes limite et retrouve ainsi les mêmes résultats par des voies diverses. En outre, il se limite au cas d'un nombre d'états fini, traitant cependant le cas du temps discret et celui du temps continu.

3.4 Le fascicule conclusif : Tome 4, fascicule 3, *Valeurs pratiques et philosophie des probabilités*, par Émile Borel (1939).

Le tout dernier fascicule du *Traité* est consacré par Borel à des considérations sur le sens de l'approche probabiliste. Borel l'a prévu dès la genèse du projet et, en quelque sorte, y rassemble l'ensemble des réflexions accumulées par lui-même au cours des 35 années de sa « carrière probabiliste » depuis son premier papier de 1905 consacré à l'usage de la théorie de la mesure pour formuler des questions probabilistes, et en passant par ses innombrables textes de toute nature où il s'était exprimé sur la question. Il y fait aussi le point sur les diverses théories interprétatives (von Mises, Reichenbach, de Finetti,...) qu'il a entendu leurs auteurs exposer pendant toutes les années 1930 à l'IHP. Cavaillès dans son article de 1940 [75] ne s'y est d'ailleurs pas trompé, prenant le volume de Borel comme un prétexte à une synthèse sur les transformations radicales que le calcul des probabilités avait subies en un quart de siècle.

Ce fascicule s'ouvre sur une préface rappelant l'objectif visé par le *Traité* et annonçant sa prolongation au sein de la *Collection de monographies sur les probabilités*. Dans son introduction, Borel revient sur sa place en fin de parcours. Il affirme en outre que ce sont les développements considérables de la théorie et de ses applications qui justifient qu'on doive d'une part poursuivre les recherches et d'autre part s'intéresser à la valeur pratique et à la philosophie des probabilités. Il rappelle son opinion de toujours sur le fait que les mathématiques recouvrent une vérité concrète ; mais en un sens les probabilités viennent questionner un tel sens par la nature même des énoncés qu'elles produisent qui ne sont pas *stricto sensu* des

74. Havlova, Mazliak et Sisma, 2005, « Le début des relations tchécoslovaque vu à traver la correspondance Fréchet-Hostinsky ».

75. Cavaillès, 1940, « Du Collectif au Pari ».

énoncés mathématiques. Le problème est donc celui de l'interprétation d'un énoncé probabiliste dans des situations concrètes. La solution proposée par Émile Borel repose sur l'énoncé radical d'un principe « à la Cournot » [76] qui affirme que seules les probabilités proches de zéro ont une signification pratique et que la proximité doit être évaluée en pratique sur une échelle à trois niveaux : humaine, terrestre et cosmique.

Le livre de Borel est divisé en sept chapitres suivis de six notes. Le premier chapitre met en évidence l'importance pratique de la notion de probabilités petites ainsi que celle du niveau de précision de son évaluation en mobilisant l'exemple des jeux de hasard. Par ailleurs, la capacité du calcul des probabilités d'expliquer des phénomènes nouveaux en physique et en biologie suggère l'étendue possible de l'application du calcul des probabilités à la connaissance humaine. Le chapitre 2 s'intéresse plus spécifiquement à son application à la connaissance scientifique. Il commence par présenter le principe de causalité comme une forme d'approximation rendant implicite le recours aux probabilités. L'idée que Borel cherche à mettre en évidence est que le degré de certitude d'une connaissance se fait en regard d'un corps de connaissances déjà établis. Il en vient ainsi à reprendre le modèle d'induction de Keynes (qu'il avait pourtant fortement critiqué en 1924 [77]). Pour un commentaire, par exemple Mazliak et Sage (2014) qui s'appuie sur la méthode bayésienne, et concluait que toute connaissance scientifique est approximative, donc affectée d'un certain coefficient de probabilité qui en retour permet d'évaluer le degré de certitude suivant l'échelle mise en place dans l'introduction (humaine, terrestre, cosmique).

Les deux chapitres suivants abordent une opposition plus subtile car enracinée dans la psychologie même des opposants, incarnée au chapitre 3 par un homme non scientifique, au chapitre 4 par un homme scientifique. Selon l'auteur, une partie des oppositions au calcul des probabilités vient de ce que ses résultats portent sur des faits soumis aux passions (irrationnelles) humaines comme les jeux d'argent ou la peur de la mort. Borel suggère qu'une meilleure éducation pourrait participer à contrer ces oppositions, tout en soulignant la difficulté de convaincre des adultes. Il souligne deux arguments pour montrer que les paradoxes entre la pratique du jeu et les résultats mathématiques ne sont qu'apparents. D'une part les parties apparemment contradictoires avec la théorie sont en fait parfaitement compatibles avec la théorie, d'autre part les oppositions formulées ne sont pas fondées sur des recours corrects à l'observation, car en général l'échelle d'observation n'est (au mieux) que humaine, et donc trop petite pour tirer des conclusions rationnelles à l'aide de la théorie.

Le chapitre 4 aborde donc l'opposition de l'homme scientifique à la mathéma-

76. Martin, 1994, « La valeur objective du calcul des probabilités selon Cournot » ;
Durand et Mazliak, 2011, « Revisiting the Sources of Borel's Interest in Probability : Continued Fractions, Social Involvement, Volterra's Prolusione ».

77. Borel, 1924, « À propos d'un traité de Probabilités ».

tisation du hasard et à sa mesure. La première manifestation du scepticisme des mathématiciens est celle du scepticisme de deux mathématiciens pourtant versés dans les probabilités : Joseph Bertrand et Henri Poincaré. Il relate en particulier la double critique du caractère appliquée et de l'introduction de l'infini dans le calcul des probabilités qu'a formulée Bertrand. Sur ce deuxième point, Borel revient sur le paradoxe de Saint Petersbourg qu'il analyse comme une contradiction entre la certitude logique et les contraintes pratiques, contradiction qu'il cherche ensuite à résoudre en se plaçant à une échelle convenable [78]. Une autre opposition naît de l'application erronée du calcul des probabilités aux décisions judiciaires et renvoie à ses remarques sur les probabilités de causes. Ce faisant, Borel examine le problème de l'objectivation des probabilités subjectives dont un essai de résolution est proposé au chapitre 5 où il revient sur l'opposition du mathématicien qu'il analyse comme une opposition entre logique et pratique. Il en profite en outre pour mentionner son scepticisme face à l'axiomatisation qui n'est satisfaisante que d'un point de vue logique, effaçant et repoussant le problème de l'interprétation des résultats. Un problème fondamental est le sens à donner à la notion de probabilité d'un cas isolé. L'idée de Borel est que l'on peut objectiver une probabilité subjective par une série de paris sur le cas isolé. La dernière objection examinée porte sur l'intervention de l'infini et est abordée au sixième chapitre. Borel explique l'intérêt pratique du recours à l'infini et pourquoi les difficultés (essentiellement logiques) liées à l'infini ne sont pas spécifiques aux probabilités. Le dernier chapitre résume le viatique borélien en soulignant l'importance du calcul des probabilités devenu un auxiliaire essentiel de toute science mais également auxiliaire de toute étude rationnelle sur la vie pratique et sociale. Le fascicule se termine par quelques brefs compléments : une note revenant sur la notion de causalité, d'une note sur un livre de Keynes, un texte littéraire sur le jeu, la reprise d'une note publiée dans les Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris, l'utilisation de nombres incommensurables dans la méthode des paris pour évaluer la probabilité d'un cas. Le volume se termine enfin par une note de Georges Darmois (dont on remarque que c'est donc la seule présence dans l'ensemble du *Traité* alors que Borel n'avait pas cessé de faire appel à lui depuis qu'il l'avait appelé pour prendre sa relève à l'isup en 1925 [79]) sur les démarches de modélisation probabiliste.

4 Conclusion

Dans la carrière de Borel probabiliste, commencée en 1905 dans les circonstances que nous avons racontées, le *Traité du calcul des probabilités et de ses applications* apparaît comme un point d'orgue récapitulatif où le mathématicien cherche à

78. B. Bru, M.-F. Bru et Chung, 2009, « Borel and the St Petersburg martingale ».
79. Catellier et Mazliak, 2012, « The emergence of French probabilistic statistics. Borel and the Institut Henri Poincaré around the 1920's ».

rassembler en un tout cohérent ses nombreuses réflexions sur la manière scientifique dont il convient d'appréhender le hasard. Comme lui-même l'annonce en 1920, le *Traité* développe les aspects techniques évoqués dans l'ouvrage Borel (1914b) à destination du grand public, à l'instar de la manière dont Laplace en 1814 avait décidé de faire précéder sa théorie analytique des probabilités de 1812 par une introduction philosophique. Mais contrairement à son illustre prédécesseur, Borel a bien écrit la préface avant de connaître précisément le contenu de l'ouvrage et ce décalage lui a fait dès le début sentir la nécessité d'une postface interprétative, qui paraîtra comme le dernier volume Borel (1939) du *Traité*.

Borel conçoit son *Traité*, aux alentours de 1920, comme un travail de longue haleine, et annonce dès l'entrée qu'il se fera dans un délai imprécis et avec l'aide de collaborateurs. Rhétorique ou réalité, il déclare que c'est surtout pour réduire le temps de publication qu'il fait appel à ces derniers. Professeur à la Sorbonne et nouveau responsable de la chaire de calcul des probabilités et physique mathématique, et dans le passé organisateur de talent d'autres entreprises éditoriales, Borel avait la certitude que l'accomplissement de la tâche sous cette forme était tout à fait dans ses possibilités.

Connaisseur averti des milieux mathématiques et scientifiques en France et à l'étranger, il était en outre auteur d'une bonne vingtaine d'ouvrages issus de ses enseignements avec pour collaborateurs des élèves normaliens jouant le jeu de la prise des notes. Borel, comme on l'a montré, savait reconnaître dans son entourage les jeunes qui deviendraient les maîtres de demain. Une conséquence singulière est que le *Traité* voit se côtoyer plusieurs générations de mathématiciens aux différences souvent assez marquées.

Issu de ces conditions préalables, le *Traité* est un objet à la place incertaine dans l'histoire des probabilités et dans l'histoire de l'édition. Un délai de vingt ans s'est écoulé entre la conception du premier plan et la publication de la totalité des fascicules qui sont, comme on l'a vu, au nombre de dix-huit. L'incidence de ce délai sur l'entreprise comme elle fut réalisée paraît incontestable et il fait du *Traité* une oeuvre en tension et au milieu du gué, à la fois achevée et en cours de réalisation. Le lancement d'une série nouvelle de monographies permit avant tout à Borel, comme on l'a dit, de reconnaître le rôle que jouait Paul Lévy sur la scène des probabilités, mais aussi plus subtilement de répondre au sentiment d'inachèvement qu'il éprouvait. Dans cet ordre d'idées, la distance paraît évidente entre le *Traité*, aussi bien dans la façon dont il est rédigé techniquement que dans l'esprit qui le gouverne, et les exposés du colloque de Genève de 1937. Cette très importante rencontre, que nous avons déjà mentionnée plusieurs fois, déboucha sur la publication d'une série de huit fascicules [80] publiés chez Hermann en 1938. Ce sont des recherches toutes récentes qui y sont exposées ; l'esprit borélien des probabilités utiles n'est plus celui qui prime sur la scène mathématique et la discipline s'est fondue dans une théorie toujours plus sophistiquée qui s'est quelque peu autonomisée de ses

80. Wavre, 1937, *Colloque consacré à la théorie des probabilités*.

applications. Une part importante des exposés et des discussions à Genève porte sur la théorie des collectifs de Richard von Mises. Les sommes de variables aléatoires et leur loi sont l'objet de plusieurs exposés, de même que les fonctions aléatoires et les équations différentielles stochastiques et les chaînes de Markov constituent une thématique importante. Les discussions suivant les exposés du colloque de 1937 sont également résumées dans les différents fascicules et illustrent l'effervescence du domaine à ce moment. Les conférences sur les applications initialement envisagées sont finalement reportées à un deuxième colloque, qui aura effectivement lieu du 12 au 15 juillet 1939 sous l'appellation *Conférence internationale sur les applications des probabilités*, présidé d'ailleurs par Borel (même s'il n'est pas certain qu'il y ait assisté) et organisé conjointement par l'université de Genève et l'Institut international de coopération intellectuelle [81].

La liste des auteurs des fascicules [82] montre en tout cas que le centre de gravité des recherches modernes en probabilités s'est clairement déplacé vers l'est de l'Europe, et notamment en URSS malgré la présence de fortes personnalités dans d'autres lieux du monde, tels pour la France, Lévy, Fréchet, Darmois et les « petits jeunes » de l'IHP (Doeblin, Fortet, ...). Les deux volumes écrits par Fréchet pour le *Traité* font plus écho à la collection issue du colloque de Genève qu'aux autres publications du dit *Traité*. C'est peut-être cela qui rend ces deux volumes si difficiles à situer dans l'ensemble des fascicules.

Le statut ambigu du *Traité* se reflète d'ailleurs dans la difficulté qu'on rencontre en bibliothèque, même aujourd'hui, à repérer l'ensemble comme un tout cohérent, dans la mesure où il est systématiquement éclaté dans les rayonnages puisque rangé soit par auteur, soit par thématique. On peut y voir une forme de trahison de l'objectif (ou en tout cas une preuve de son relatif échec) que Borel définit pourtant clairement : réunir en un seul ensemble des connaissances et des applications sur l'approche scientifique du hasard.

Le *Traité* de Borel semble donc à la fois être un échec et une grande réussite. Il est certes dépassé au moment même de son achèvement mais reste aussi un fabuleux témoin de l'invasion des mathématiques de l'aléatoire dans le champ scientifique au sens large. On peut d'ailleurs remarquer que la parution des fascicules, ne laissa souvent pas indifférent le milieu mathématique, mais la visibilité de l'œuvre unificatrice de Borel est plus sujette à caution. Une idée de la réception du *Traité* est donnée par les recensions parues au fur et à mesure de la sortie des volumes. En France, la *Revue générale des sciences* publie dans chaque numéro des commentaires sur une sélection d'ouvrages, parmi lesquels on trouve de temps en temps certains des numéros du *Traité*. Les fascicules y sont présentés comme des livres clairs et faciles à lire, parfois jugés utiles pour les professionnels, voire pour les étudiants en mathématiques, et pour chacun d'eux est clairement rappelée l'appartenance à

81. Cette rencontre sera en fait quelque peu perturbée par la situation internationale, et donnera lieu à une publication en 1945 : Darmois, 1945, *L'application du Calcul des Probabilités*.

82. Wavre, 1937, *Colloque consacré à la théorie des probabilités*.

l'entreprise borélienne, sans pour autant que le bien-fondé et la cohérence de celle-ci soit l'objet d'une évaluation globale. Il faut en outre noter que seulement huit des dix-huit fascicules sont présentés. Outre-Atlantique, le même constat peut-être fait sur les recensions publiées dans le bulletin de l'American Mathematical Society. Les qualités du style d'écriture, la pertinence du sujet abordé et l'originalité du traitement sont souvent mis en avant dans les sept recensions, mais l'entreprise même du *Traité* est reléguée a des commentaires rares et succincts qui prennent parfois l'aspect prophétique d'annonce d'une œuvre qui marquera son temps. À Genève, *L'Enseignement mathématique* n'est guère plus prolixe sur l'entreprise complète et, si chaque fascicule recensé (dix sur les dix-huit) est là aussi systématiquement replacé dans l'ensemble éditorial, les commentaires sont focalisés sur le sujet abordé en insistant sur les qualités didactiques et pédagogiques de l'écriture. Les lecteurs de ces recensions, ne sont pas vraiment en mesure de concevoir l'unité du *Traité*. Bien au contraire, elles semblent émietter l'ensemble en présentant une sélection de fascicules pour en pointer la singularité. En outre, la particularisation des lectorats proposés par les recenseurs morcelle également le public en autant de groupes aux intérêts de lectures épars.

L'autre réalisation borélienne contemporaine à mettre en parallèle avec le *Traité* est la création en 1928 de l'IHP avec le soutien de la fondation Rockefeller. Le mathématicien se sert en effet des deux projets pour mettre en œuvre ses motivations à l'égard des probabilités et de la physique théorique, notamment par la voie de la mécanique statistique. Dans la démarche personnelle qu'il s'est construite depuis le début de sa carrière probabiliste, Borel veut faire en sorte que le calcul des probabilités et la physique théorique soient en dialogue et qu'elles puissent se renforcer l'une l'autre. Une politique à double face devait servir ce but. D'une part, un programme d'enseignement riche et innovant, des enseignements nouveaux ont été créés aussi bien sur les probabilités qu'en physique théorique. D'autre part, la continuation de son programme de publication de ses propres cours, presque ininterrompu et systématique depuis son entrée sur la scène mathématique et qui se prolongera jusqu'à la fin de sa carrière. Le *Traité* est d'ailleurs mis à contribution dans ce but et entraîne dans son sillage quelques uns des collaborateurs de Borel qui eux aussi y publient leurs cours (Francis Perrin, Fréchet en particulier) : travailler avec Borel impose de se soumettre à ses conceptions en matière de communication. Pour ce qui est de l'IHP, les conférences qui y sont présentées, le plus souvent par des étrangers dans le cadre d'un *transfert de technologie* dont Darmois et Fréchet se font les artisans [83] trouvent aussi un débouché dans les Annales de l'IHP créées en 1931 et destinées à les diffuser. Si le fonctionnement conjoint entre probabilités et physique théorique espéré par Borel ne se met pas en place de façon aussi harmonieuse qu'il l'avait espéré, les deux branches ayant des politiques scientifiques assez autonomes, la souplesse d'organisation que le mathématicien avait su imposer

83. Catellier et Mazliak, 2012, « The emergence of French probabilistic statistics. Borel and the Institut Henri Poincaré around the 1920's ».

lors de la création de l'Institut lui permit une évolution heureuse prenant en compte les développements des mathématiques du hasard. Une entreprise éditoriale comme le *Traité* n'aurait pu avoir la même flexibilité. Peut-être Borel en eut-il l'intuition quand il mit un point final à l'un tout en laissant l'autre suivre son chemin...

Références

Aubin, D. (2014). « I'm Just a Mathematician : why and how mathematicians collaborated with military ballisticians at Gâvre ». In : *The war of Guns and Mathematics : Mathematical Practices and Communities in France and Its Western Allies around World War I*. Sous la dir. de D. Aubin et C. Goldstein. History of Mathematics, 42. American Mathematical Society, p. 307–349 (cf. p. 132).

Barbin, E. et Y. Marec (1987). « Les recherches sur la probabilité des jugements de Siméon-Denis Poisson ». *Histoire & Mesure* **2**, p. 39–58 (cf. p. 113).

Barbut, M., B. Locker et L. Mazliak (2014). *Lévy, Paul and Fréchet, Maurice : 50 years of correspondence in 107 letters*. Londres : Springer (cf. p. 129, 135, 154).

Bertrand, J. (1888). *Calcul des probabilités*. Gauthier-Villars (cf. p. 113).

Borel, É. (1907). « Un paradoxe économique : le sophisme du tas de blé et les vérités statistiques ». *Revue du Mois* **3**, p. 688–699 (cf. p. 120).

Borel, É. (1909). « Les probabilités dénombrables et leurs applications arithmétiques ». *Rendiconti del circolo mathematico di Palermo* **27** (1), p. 247–271 (cf. p. 123, 143).

Borel, É. (1912a). « Le hasard et la vérité scientifique ». *Revue de Paris* **19** (4), p. 605–616 (cf. p. 120).

Borel, É. (1912b). *Notice sur les travaux scientifiques de M. Émile Borel*. Paris : Gauthier-Villars (cf. p. 114).

Borel, É. (1914a). *Introduction géométrique à quelques théories physiques*. Paris : Gauthier-Villars (cf. p. 133, 143).

Borel, É. (1914b). *Le Hasard*. coll. Nouvelle collection scientifique. Paris : Félix Alcan (cf. p. 115, 122, 160).

Borel, É. (1915). « Mécanique statistique, d'après l'article allemand de P. Ehrenfest et T. Ehrenfest ». In : *Encyclopédie des Sciences Mathématiques*. T. 1. 4, p. 188–292 (cf. p. 121).

Borel, É. (1920). « La Statistique et l'Organisation de la présidence du Conseil des Ministres ». *Journal de la Société de Statistique de Paris*, p. 9–13 (cf. p. 121).

Borel, É. (1921). *Supplément (1921) à la notice (1912) sur les travaux scientifiques de M. Émile Borel*. Toulouse : Imprimerie et librairie Édouard Privat (cf. p. 114, 115).

Borel, É. (1924). « À propos d'un traité de Probabilités ». *Revue philosophique de la France et de l'étranger* **98**, p. 321–326 (cf. p. 123, 158).

Borel, É. (1925/1939). *Traité du calcul des probabilités et de ses applications*. Paris : Gauthier-Villars.

Borel, É. (1939). *Valeur pratique et philosophie des probabilités*. Paris : Gauthier-Villars (cf. p. 160).

Borel, É. et R. Deltheil (1923). *Probabilités, Erreurs*. Paris : Armand Colin (cf. p. 125, 146).

Borel, É. et P. Dubreil (1926). *Applications à l'arithmétique et à la théorie des fonctions*. Paris : Gauthier-Villars (cf. p. 125).

Borel, É. et R. Lagrange (1925). *Principes et formules classiques du calcul des probabilités*. Sous la dir. d'É. Borel. **1**. Traité du calcul des probabilités et de ses applications 1. Paris : Gauthier-Villars (cf. p. 122, 141).

Borel, É. et J. Ville (1938). *Applications aux jeu de hasard*. Paris : Gauthier-Villars (cf. p. 125).

Bougaïev, N. V. (1898). « Les mathématiques et la conception du monde du point de vue scientifique ». In : *Verhandlungen des ersten internationalen Mathematiker-Congresses in Zürich*. Sous la dir. de F. Rudio. Leipzig : Teubner, p. 206–223 (cf. p. 113).

Bru, B. (2003). « Souvenirs de Bologne ». *Journal Société Française de Statistique* **144** (1–2), p. 135–226 (cf. p. 154, 155).

Bru, B. (2005). « Poisson, the probability calculus and public education ». *Electronic journal for history of probability and statistics* **1** (2) (cf. p. 113).

Bru, B., M.-F. Bru et K.-L. Chung (2009). « Borel and the St Petersburg martingale ». *Journal électronique d'Histoire des Probabilités et de la Statistique* **5** (1). url : `http://www.emis.de/journals/JEHPS/juin2009/BruBruChung.pdf` (cf. p. 159).

Bru, B. et M. Yor (2000). « W. Dœblin : Sur l'équation de Kolmogoroff ». *Comptes rendus des séances hebdomadaires de l'Académie des sciences* **311**, p. 1033–1187 (cf. p. 155).

Bunle, H. (1958). « René Risser, 1869-1958 ». *Revue de l'Institut International de Statistique* **26** (1/3), p. 168–169 (cf. p. 137).

Bustamante, M. C. (1997). « Jacques Solomon (1908-1942) : Profil d'un physicien théoricien dans la France des années trente ». *Revue d'Histoire des Sciences* **50** (1-2), p. 49–87 (cf. p. 146).

Bustamante, M. C. (2002). « Rayonnement et quanta en France (1900-1914) ». *Physis* **39**, p. 63–107 (cf. p. 121).

Bustamante, M. C. (2011). « Paul Langevin et le Conseil Solvay de 1911 : Au cœur de l'histoire de la physique du xx[e] siècle ». *Images de la physique*, p. 3–9 (cf. p. 121).

Bustamante, M. C. (2015). « Le carnet de notes d'É. Borel sur un cours de P. Langevin sur la théorie du rayonnement thermique. Entre émission, perception et compréhension. » À paraître (cf. p. 116, 121, 123, 130).

Callens, S. (1990). « Ensemble, mesure et probabilité selon Émile Borel ». *Mathématiques et sciences humaines* **28** (110), p. 27–45 (cf. p. 119).

Catellier, R. et L. Mazliak (2012). « The emergence of French probabilistic statistics. Borel and the Institut Henri Poincaré around the 1920's ». *Revue d'histoire des mathématiques* **18** (2), p. 271–335 (cf. p. 138, 152, 159, 162).

Cavaillès, J. (1940). « Du Collectif au Pari ». *Revue de Métaphysique et de Morale* **47**, p. 139–163 (cf. p. 112, 157).

Combes, R. (1958). « Notice nécrologique sur Louis Blaringhem ». *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* **246** (1), p. 22–27 (cf. p. 139, 140).

Corry, L. (1997). « David Hilbert and the Axiomatization of Physics (1894-1905) ». *Archive for History of Exact Science* **51**, p. 83–198 (cf. p. 114).

Darmois, G. (1945). *L'application du Calcul des Probabilités*. Institut International de Coopération Intellectuelle (cf. p. 161).

Durand, A. et L. Mazliak (2011). « Revisiting the Sources of Borel's Interest in Probability : Continued Fractions, Social Involvement, Volterra's Prolusione ». *Centaurus* **53**, p. 306–332 (cf. p. 114, 116, 119, 158).

Egré, P. et A. Barberousse (2014). « Borel on the Heap ». *Erkenntnis* **79**, p. 1043–1079 (cf. p. 120).

Ehrhardt, C. (2011). « Du cours magistral à l'entreprise éditoriale : la "collection Borel", publiée par Gauthier-Villars au début du xx^e siècle ». *Histoire de l'éducation* **130**, p. 111–139 (cf. p. 115).

Fontanon, C. et A. Grelon, éds. (1994). *Les professeurs du Conservatoire national des arts et métiers : dictionnaire biographique, 1794-1955*. 2 vol. Paris : INRP, CNAM.

Fréchet, M. (1965). « La vie et l'action sociale d'Émile Borel ». *L'Enseignement mathématique* **11** (1), p. 5–21 (cf. p. 130).

Galbrun, H. (1924). « Assurances sur la vie, calcul des primes. Les applications de la théorie des probabilités aux sciences économiques et biologiques. Fascicule 1. Assurances sur la vie. Calcul des primes ». In : Borel, É. *Traité du calcul des probabilités et de ses applications*. T. 3. Paris : Gauthier-Villars (cf. p. 125).

Grelon, A. (1994). « Louis Blaringhem (1878-1958) ». In : *Les professeurs du Conservatoire national des arts et métiers : dictionnaire biographique, 1794-1955*. Sous la dir. de C. Fontanon et A. Grelon. T. 1. 2 vol. Paris : INRP, CNAM (cf. p. 139).

Guiraldenq, P. (1999). *Émile Borel. L'espace et le temps d'une vie sur deux siècles*. Imprimerie du Progrès - Saint-Affrique (cf. p. 114, 117).

Hald, A. (1998). *A History of Mathematical Statistics from 1750 to 1930*. Wiley (cf. p. 113).

Havlova, V., L. Mazliak et P. Sisma (2005). « Le début des relations tchécoslovaque vu à traver la correspondance Fréchet-Hostinsky ». *Journal électronique d'Histoire des Probabilités et de la Statistique* **1** (1). url : `http://www.emis.de/journals/JEHPS/Mars2005/HavlovaMazliakSisma.pdf` (cf. p. 136, 154, 157).

Holmberg, G. (2007). « Charlier, Carl Vilhelm Ludvig ». In : *The biographical encyclopedia of astronomers*. Sous la dir. de T. Hockey. T. 1. 2 vol. New York : Springer, p. 224–225 (cf. p. 138).

Howie, D. (2007). *Interpreting Probability. Controversies and Developments in the Early Twentieth Century*. Cambridge University Press (cf. p. 113).

Kamlah, A. (1987). « The Decline of the Laplacian Theory of Probability ». In : *The Probabilistic Revolution*. Sous la dir. de L. Krüger, L. J. Daston et M. Heidelberger. T. 1. Massachusetts Institute of Technology, p. 91–116 (cf. p. 113).

Keynes, J. M. (1921). *A Treatise on Probability*. Londres : MacMillan et Co (cf. p. 123).

Knobloch, E. (1987). « Émile Borel as a probabilist ». In : *The Probabilistic Revolution*. Sous la dir. de L. Krüger, L. Daston et M. Heidelberger. Massachusetts Institute of Technology, p. 213–233 (cf. p. 114).

Kuciel, J. et T. Urban (2009). *J.G. Mendel, his hybridisation discoveries and their significance*. Mendelova zemědělská a lesnická univerzita v Brně (cf. p. 140).

Lévy, P. (1937). *Théorie de l'Addition des Variables aléatoires*. Gauthier-Villars (cf. p. 129).

Linders, F. J. (1935). « C. W. L. Charlier ». *Journal of the American Statistical Association* **30** (192), p. 751–754 (cf. p. 138).

Lundmark, K. (1935-02). « Carl Vilhelm Ludvig Charlier ». *Monthly Notices of the Royal Astonomical Society* **95** (4), p. 339–342 (cf. p. 138).

Marbo, C. (1968). *À travers deux siècles : souvenirs et rencontres (1883-1967)*. Paris : Grasset (cf. p. 128).

Mariot, N. (2012). « Pourquoi les normaliens sont-ils morts en masse en 1914-1918 ? Une explication structurelle ». *Pôle Sud* **36**, p. 9–30 (cf. p. 139).

Martin, T. (1994). « La valeur objective du calcul des probabilités selon Cournot ». *Mathématiques et Sciences humaines* **127**, p. 5–17 (cf. p. 158).

Mazliak, L. (2007). « On the exchange between Hostinsky and Dœblin ». *Revue d'histoire des mathématiques* **13**, p. 155–180 (cf. p. 154, 155).

Mazliak, L. (2012). « La graphologie d'Alfred Binet, terrain d'entraînement d'Émile Borel, statisticien en devenir ». *Recherche et éducation* **6**, p. 241–253 (cf. p. 120).

Mazliak, L. (2015a). « Poincaré's Odds ». In : *Poincaré 1912-2012 : Poincaré Seminar 2012*. Sous la dir. de B. Duplantier et V. Rivasseau. T. 67. Progress in Mathematical Physics. Basel : Birkhäuser (cf. p. 113, 155).

Mazliak, L. (2015b). « The ghosts of the École Normale : Life, death and legacy of René Gateaux ». *Statistical Science* **30** (3), p. 391–412 (cf. p. 118, 128).

Mazliak, L. et M. Sage (2014). « Au-delà des réels : Émile Borel et l'approche probabiliste de la réalité ». *Revue d'histoire des sciences* **67** (2), p. 331–357 (cf. p. 119, 123, 158).

Mazliak, L. et G. Shafer (2009). « The splendors and miseries of martingales ». *Electronic journal for history of probability and statistics* **5** (1) (cf. p. 135).

Mazliak, L. et P. Šišma (2015). « The Moravian crossroad : mathematics and mathematicians in Brno between German traditions and Czech hopes ». *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*. (to appear) (cf. p. 136).

Mazliak, L. et R. Tazzioli (2009). *Mathematicians at War. Volterra and his French colleagues during World War One*. Archimedes. Springer-Verlag (cf. p. 118).

Pauty, M., éd. (2014). *Mathématiciens en Bourgogne*. Dijon : CCSTI de Bourgogne (cf. p. 131).

Plantefol, L. (1964). « Funérailles de Louis Blaringhem ». In : *Notices et discours*. T. 4. Académie des sciences. Paris : Gauthier-Villars, p. 58–62 (cf. p. 139).

Plato, J. von (1994). *Creating modern probability*. Cambridge University Press (cf. p. 113, 114, 119).

Poincaré, H. (1902). *La Science et l'Hypothèse*. Bibliothèque de philosophie scientifique. Paris : Flammarion (cf. p. 114).

Poincaré, H. (1908). *Science et méthode*. Paris : Flammarion (cf. p. 114).

Poincaré, H. (1912). *Calcul des probabilités*. Gauthier-Villars (cf. p. 156).

Pouillon, F. (2012). *Dictionnaire des orientalistes de langue française*. Karthala (cf. p. 136).

Principe, J. (2008). « La réception française de la mécanique statistique ». Thèse de doct. Paris : Université Paris Diderot et Universidade de Evora (cf. p. 113, 119, 155).

Risser, R. (1932). *Applications de la statistique à la démographie et à la biologie*. Paris : Gauthier-Villars (cf. p. 125).

Risser, R. et C.-É. Traynard (1933). *Les principes de la statistique mathématique*. Paris : Gauthier-Villars (cf. p. 125).

Schneider, I. (1987). « Laplace and Thereafter : the Status of Probability Calculus in the Nineteenth Century ». In : *The Probabilistic Revolution*. Sous la dir. de L. Krüger, L. J. Daston et M. Heidelberger. Massachusetts Institute of Technology, p. 191–214 (cf. p. 113).

Seneta, E. (1981). *Non-negative Matrices and Markov Chains*. 2nd. Springer Series in Statistics. New-York : Springer-Verlag (cf. p. 154).

Siegmund-Schultze, R. (2005). « Fréchet, Maurice à Strasbourg : mathématiques entre nationalisme et internationalisme, entre application et abstraction ». In : *La science sous influence : l'université de Strasbourg, enjeux des conflits franco-allemand (1872-1945)*. Sous la dir. d'E. Crawford et J.-N. Olff. Strasbourg : La nuée bleue (cf. p. 136).

Traynard, É. (1907). « Sur les fonctions thêta de deux variables et les surfaces hyperelliptiques ». *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure* **24**, p. 77–177. url : `http://eudml.org/doc/81253` (cf. p. 132).

Wavre, R. (1937). *Colloque consacré à la théorie des probabilités*. Hermann (cf. p. 160, 161).

Zdravkovska, S. et P. Duren, éds. (2007). *The golden ages of Moscow Mathematics*. American Mathematical Society (cf. p. 112).

Zimmermann, B. (1994). « René (Nathan) Risser (1869-1958) ». In : *Les professeurs du Conservatoire national des arts et métiers : dictionnaire biographique, 1794-1955*. Sous la dir. de C. Fontanon et A. Grelon. T. 2. 2 vol. Paris : INRP, CNAM, p. 474–482 (cf. p. 137).

Table des matières